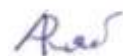


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

И. о. заведующего кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А. С. Рябенко

26.03.2025

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.06 Математика**

1. Код и наименование направления подготовки: 04.03.02 Химия, физика и механика материалов
2. Профиль подготовки: Материаловедение и индустрия наносистем
3. Квалификация выпускника: Бакалавр
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей
6. Составители программы: Голованева Фаина Валентиновна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент математического факультета
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета 18.03.2025. Протокол № 0500 – 03

---

---

8. Учебный год: 2025 / 2026, 2026 / 2027

Семестр(ы): 1, 2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен владеть основами математики в объеме необходимом им для владения математическим аппаратом науки о материалах, для обработки информации и анализа химических, физических, численных данных, механических свойств материалов; уметь использовать математический аппарат в своей профессиональной и научной деятельности, получить навыки математического мышления, постановки задач, построения логически обоснованного решения.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Математика» относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла (Б1) ООП бакалавриата и является обязательной дисциплиной этого модуля.

Приступая к изучению данной дисциплины, студенты должны иметь теоретическую и практическую подготовку по основам алгебры и началам анализа, по геометрии, по информатике, т. е. владеть математическими знаниями, умениями и навыками, полученными в общеобразовательных учреждениях.

Изучаемый курс «Математика» является предшествующим и неразрывно связанным с такими дисциплинами базовой части как «Физика», «Информатика», «Основы квантовой механики», «Квантовая физика и квантовая химия», «Классическая механика и методы вычислений» и другими.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

| Код   | Название компетенции                                                                                                      | Код(ы)  | Индикатор(ы)                                                                                    | Планируемые результаты обучения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-3 | Способен использовать в профессиональной деятельности базовые знания в области математических и смежных естественных наук | ОПК-3.1 | Использует базовые знания в области математики и физики при решении задач материаловедения      | <b>Знать:</b> основные понятия и методы математического инструментария и средств, определения, термины, подходы к решению задач материаловедения.<br><b>Уметь:</b> применять на практике основные методы математического анализа прикладных моделей, в общем виде выполнять математическую постановку прикладных задач, производить выбор направления решения задач.<br><b>Владеть:</b> навыками практического использования математических инструментов при анализе математических моделей химических и физических процессов и явлений. |
|       |                                                                                                                           | ОПК-3.2 | Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик | <b>Знать:</b> как обрабатывать данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик.<br><b>Уметь:</b> самостоятельно обрабатывать данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик.<br><b>Владеть:</b> навыками использования стандартных способов аппроксимации численных характеристик.                                                                                                                                                                                |
|       |                                                                                                                           | ОПК-3.3 | Интерпретирует результаты химических                                                            | <b>Знать:</b> классические задачи математики, используемые при моделировании химических и                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |

|  |  |  |                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|--|--|--|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  | наблюдений с использованием математических и физических законов и представлений | физических процессов и явлений.<br><b>Уметь:</b> самостоятельно определять тематику самообразования, самостоятельно математически корректно ставить естественнонаучные задачи, используя основные закономерности химических и физических процессов и явлений.<br><b>Владеть:</b> навыками интерпретировать результаты химических наблюдений с использованием математических и физических законов и представлений. |
|--|--|--|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах / акад. час. — 10 з. е. / 360 акад. часов**  
**Форма промежуточной аттестации экзамен; экзамен**

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

| Вид учебной работы                                                                                                                           |              | Трудоемкость |              |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
|                                                                                                                                              |              | Всего        | По семестрам |           |
|                                                                                                                                              |              |              | 1 семестр    | 2 семестр |
| Аудиторные занятия                                                                                                                           |              | 180          | 84           | 96        |
| в том числе:                                                                                                                                 | лекции       | 82           | 34           | 48        |
|                                                                                                                                              | практические | 98           | 50           | 48        |
|                                                                                                                                              | лабораторные | -            | -            | -         |
| Самостоятельная работа                                                                                                                       |              | 108          | 60           | 48        |
| Контроль<br>Форма промежуточной аттестации<br><b>экзамен – 36 ак. часов<br/>(1 семестр)</b><br><b>экзамен – 36 ак. часов<br/>(2 семестр)</b> |              | 72           | 36           | 36        |
| Итого:                                                                                                                                       |              | 360          | 180          | 180       |

#### 13.1. Содержание дисциплины:

| № п/п                     | Наименование раздела дисциплины | Содержание раздела дисциплины                                                                                                                                        | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК                                            |
|---------------------------|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Лекции (1 семестр)</b> |                                 |                                                                                                                                                                      |                                                                                                       |
| 1.1                       | Элементы линейной алгебры       | 1. Матрицы: основные понятия и определения. Действия с матрицами.                                                                                                    | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |
|                           |                                 | 2. Определители 2-го и 3-го порядков: определения, терминология. Свойства определителей. Миноры, алгебраические дополнения. Невырожденные матрицы. Обратная матрица. |                                                                                                       |
|                           |                                 | 3. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия. Решение невырожденных линейных систем алгебраических уравнений. Формулы Крамера.                     |                                                                                                       |
|                           |                                 |                                                                                                                                                                      |                                                                                                       |

|     |                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                       |
|-----|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|     |                                      | <p>4. Произвольные системы алгебраических уравнений. Ранг матрицы.<br/>Теорема Кронекера-Капелли (без доказательства).<br/>Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.<br/>Применение элементов линейной алгебры в химии.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                       |
| 1.2 | Аналитическая геометрия на плоскости | <p>1. Векторы. Основные понятия.<br/>Линейные операции над векторами.<br/>Проекция вектора на ось. Разложение вектора по осям координатных осей.<br/>Модуль вектора.<br/>Направляющие косинусы.<br/>Действия над векторами, заданными проекциями:<br/>линейные операции над векторами; равенство векторов; коллинеарность векторов; координаты точки и вектора.</p> <p>2. Скалярное произведение векторов: определение, свойства, приложения.<br/>Векторное произведение векторов: определение, свойства, приложения.</p> <p>3. Система координат на плоскости: основные понятия; основные приложения метода координат на плоскости.<br/>Полярная система координат на плоскости.<br/>Уравнение линии на плоскости.</p> <p>4. Различные уравнения прямой на плоскости.<br/>Основные задачи с прямой на плоскости.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |
| 1.3 | Введение в анализ                    | <p>1. Множества. Действительные числа.<br/>Числовые промежутки. Окрестности точки.<br/>Функция: понятие функции; график функции; способы задания функции, основные свойства и характеристики функции; обратная и сложная функции.</p> <p>2. Числовые последовательности: основные понятия и определения, свойства и действия.<br/>Предел числовой последовательности.<br/>Предельный переход в неравенствах.<br/>Предел монотонной ограниченной последовательности. Число <math>e</math>.</p> <p>3. Предел функции в точке и на бесконечности.<br/>Бесконечно большая функция.<br/>Бесконечно малые функции: определения; сравнение бесконечно малых функций и основные теоремы о них.<br/>Основные теоремы о пределах функций.<br/>Односторонние пределы.<br/>Признаки существования пределов.</p> <p>4. Первый и второй замечательные пределы функций.<br/>Следствия из второго замечательного предела функции.</p> <p>5. Непрерывность функции в точке и на множестве.<br/>Точки разрыва функции и их классификация.<br/>Основные теоремы о непрерывных функциях.<br/>Теоремы о свойствах функций, непрерывных на отрезке.</p> | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |
| 1.4 | Дифференциальное исчисление          | <p>1. Производная функции действительного аргумента.<br/>Физический и геометрический смыслы производной функции в точке.<br/>Уравнения касательной и нормали к кривой.<br/>Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |

|                                         |                                      | <p>Производная суммы, разности, произведения и частного функций.</p> <p>Производная сложной и обратной функций.</p> <p>Таблица производных основных элементарных функций.</p> <p>2. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.</p> <p>Логарифмическое дифференцирование.</p> <p>Производные высших порядков функций, заданных явно, неявно и параметрически.</p> <p>3. Дифференциал функции: определение и геометрический смысл.</p> <p>Основные теоремы о дифференциалах.</p> <p>Дифференциалы высших порядков.</p> <p>Правила Лопиталя. Раскрытие неопределенностей различных видов.</p> <p>4. Применение производных различных порядков к исследованию функций и построению их графиков.</p> <p>Необходимые и достаточные условия монотонности функции на интервале.</p> <p>Локальные экстремумы функций: определения; необходимые и достаточные условия локального экстремума функции.</p> <p>Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.</p> <p>Направления выпуклости графика функции. Точки перегиба.</p> <p>Асимптоты графика функции.</p> <p>Общая схема исследования функции и построения ее графика.</p> |                                                                                                       |
|-----------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| №<br>п/п                                | Наименование раздела дисциплины      | Содержание раздела дисциплины                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК                                            |
| <b>Практические занятия (1 семестр)</b> |                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                       |
| 2.1                                     | Элементы линейной алгебры            | <p>1. Матрицы: основные понятия и определения. Действия с матрицами.</p> <p>2. Определители 2-го и 3-го порядков: определения, терминология. Свойства определителей.</p> <p>3. Миноры, алгебраические дополнения. Невырожденные матрицы. Обратная матрица.</p> <p>4. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия. Решение невырожденных линейных систем алгебраических уравнений. Формулы Крамера.</p> <p>5. Произвольные системы алгебраических уравнений. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли (без доказательства). Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Применение элементов линейной алгебры в химии.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |
| 2.2                                     | Аналитическая геометрия на плоскости | <p>1. Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Действия над векторами, заданными проекциями: линейные операции над векторами; равенство</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |

|     |                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                       |
|-----|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|     |                             | векторов; коллинеарность векторов; координаты точки и вектора.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                       |
|     |                             | 2. Скалярное произведение векторов: определение, свойства, приложения.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                       |
|     |                             | 3. Векторное произведение векторов: определение, свойства, приложения.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                       |
|     |                             | 4. Система координат на плоскости: основные понятия; основные приложения метода координат на плоскости.<br>Полярная система координат на плоскости.<br>Уравнение линии на плоскости.                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                       |
|     |                             | 5. Различные уравнения прямой на плоскости.<br>Основные задачи с прямой на плоскости.                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                       |
|     |                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                       |
| 2.3 | Введение в анализ           | 1. Множества. Действительные числа.<br>Числовые промежутки. Окрестности точки.<br>Функция: понятие функции; график функции; способы задания функции, основные свойства и характеристики функции; обратная и сложная функции.                                                                                                                                                                  | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |
|     |                             | 2. Числовые последовательности: основные понятия и определения, свойства и действия.                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                       |
|     |                             | 3. Предел числовой последовательности.<br>Предельный переход в неравенствах.<br>Предел монотонной ограниченной последовательности. Число $e$ .                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                       |
|     |                             | 4. Предел функции в точке и на бесконечности.<br>Бесконечно большая функция.<br>Бесконечно малые функции: определения; сравнение бесконечно малых функций и основные теоремы о них.                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                       |
|     |                             | 5. Основные теоремы о пределах функций.<br>Односторонние пределы.<br>Признаки существования пределов.                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                       |
|     |                             | 6. Первый замечательный предел функции.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                       |
|     |                             | 7. Второй замечательный предел функции.<br>Следствия из второго замечательного предела функции.                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                       |
|     |                             | 8. Непрерывность функции в точке и на множестве.<br>Точки разрыва функции и их классификация.<br>Основные теоремы о непрерывных функциях.<br>Теоремы о свойствах функций, непрерывных на отрезке.                                                                                                                                                                                             |                                                                                                       |
|     |                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                       |
| 2.4 | Дифференциальное исчисление | 1. Производная функции действительного аргумента. Физический и геометрический смыслы производной функции в точке.<br>Уравнения касательной и нормали к кривой.<br>Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.<br>Производная суммы, разности, произведения и частного функций.<br>Производная сложной и обратной функций.<br>Таблица производных основных элементарных функций. | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |
|     |                             | 2. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.<br>Логарифмическое дифференцирование.                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                       |
|     |                             | 3. Производные высших порядков функций, заданных явно, неявно и параметрически.                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                       |
|     |                             | 4. Дифференциал функции: определение и геометрический смысл.<br>Основные теоремы о дифференциалах.<br>Дифференциалы высших порядков.                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                       |
|     |                             | 5. Правила Лопиталя. Раскрытие                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                       |
|     |                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                       |

|                           |                                 | <p>неопределенностей различных видов.</p> <p>6. Применение производных различных порядков к исследованию функций и построению их графиков. Необходимые и достаточные условия монотонности функции на интервале.<br/>Локальные экстремумы функций: определения; необходимые и достаточные условия локального экстремума функции.<br/>Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.</p> <p>7. Направления выпуклости графика функции. Точки перегиба.<br/>Асимптоты графика функции.<br/>Общая схема исследования функции и построения ее графика.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                       |
|---------------------------|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| № п/п                     | Наименование раздела дисциплины | Содержание раздела дисциплины                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК                                            |
| <b>Лекции (2 семестр)</b> |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                       |
| 1.5                       | Интегральное исчисление         | <p>1. Понятие первообразной функции. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций. Основные методы вычисления неопределенных интегралов: непосредственного интегрирования.</p> <p>2. Основные методы вычисления неопределенных интегралов: подстановки; замены переменной; интегрирования по частям.</p> <p>3. Некоторые сведения о рациональных функциях. Дробно-рациональные функции. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование. Интегрирование рациональных дробей.</p> <p>4. Интегрирование иррациональных функций.</p> <p>5. Интегрирование тригонометрических функций. «Берущиеся» и «не берущиеся» интегралы.</p> <p>6. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический и физический смыслы определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Основные свойства определенного интеграла.</p> <p>7. Основные формулы и методы для вычисления определенного интеграла.</p> <p>8. Несобственные интегралы: интегралы по бесконечному промежутку интегрирования; интегралы от функций с особой точкой на отрезке интегрирования.</p> | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |
| 1.6                       | Функции нескольких переменных   | <p>1. Функции двух переменных. Основные понятия и определения. Пределы функций двух переменных. Непрерывность функций двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.</p> <p>2. Частные производные первого порядка функции нескольких переменных. Частные производные высших порядков.</p> <p>3. Дифференцируемость и полный дифференциал функции нескольких переменных.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |

|     |                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                       |
|-----|----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|     |                            | <p>Дифференциалы высших порядков.<br/>Производные по направлению. Градиент.</p> <p>4. Экстремумы функции двух переменных.<br/>Основные определения и понятия.<br/>Необходимые и достаточные условия локального экстремума функции двух переменных.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                       |
| 1.7 | Кратные интегралы          | <p>1. Двойной интеграл. Основные понятия и определения.<br/>Геометрический и физический смыслы двойного интеграла.<br/>Основные свойства двойного интеграла.</p> <p>2. Вычисление двойного интеграла в декартовых прямоугольных координатах.</p> <p>3. Формула замены переменных в двойном интеграле.<br/>Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |
| 1.8 | Ряды                       | <p>1. Числовые ряды: основные понятия и определения.<br/>Ряд геометрической прогрессии.<br/>Необходимый признак сходимости числового ряда.<br/>Гармонический ряд.<br/>Достаточные признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов: признаки сравнения; признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши.</p> <p>2. Знакопередающиеся числовые ряды.<br/>Признак Лейбница.<br/>Общий достаточный признак сходимости знакопеременных числовых рядов.<br/>Абсолютная и условная сходимости числовых рядов.<br/>Некоторые свойства абсолютно сходящихся рядов.</p> <p>3. Функциональные ряды.<br/>Степенные ряды. Теорема Н. Абеля.<br/>Интервал и радиус сходимости степенного ряда.<br/>Свойства степенных рядов.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |
| 1.9 | Дифференциальные уравнения | <p>1. Общие сведения о дифференциальных уравнениях.<br/>Дифференциальные уравнения первого порядка: основные понятия и определения.<br/>Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.<br/>Уравнения с разделяющимися переменными.<br/>Однородные дифференциальные уравнения.</p> <p>2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения: И. Бернуллы и вариации произвольной постоянной (Лагранжа).</p> <p>3. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия и определения.<br/>Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.<br/>Некоторые дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.<br/>Краткие сведения о комплексных числах.</p> <p>4. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.<br/>Структура и некоторые свойства их общих решений.<br/>Интегрирование линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.</p> <p>5. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.<br/>Структура и некоторые свойства их общих решений.</p> | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |

|                                         |                                 | <p>Метод вариации произвольных постоянных (Лагранжа) для поиска частного решения ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о сложении решений.</p> <p>6. Интегрирование линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                       |
|-----------------------------------------|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| № п/п                                   | Наименование раздела дисциплины | Содержание раздела дисциплины                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК                                            |
| <b>Практические занятия (2 семестр)</b> |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                       |
| 2.5                                     | Интегральное исчисление         | <p>1. Понятие первообразной функции. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций. Основные методы вычисления неопределенных интегралов: непосредственного интегрирования.</p> <p>2. Основные методы вычисления неопределенных интегралов: подстановки; замены переменной; интегрирования по частям.</p> <p>3. Некоторые сведения о рациональных функциях. Дробно-рациональные функции. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование. Интегрирование рациональных дробей.</p> <p>4. Интегрирование иррациональных функций.</p> <p>5. Интегрирование тригонометрических функций. «Берущиеся» и «не берущиеся» интегралы.</p> <p>6. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический и физический смыслы определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Основные свойства определенного интеграла.</p> <p>7. Основные формулы и методы для вычисления определенного интеграла.</p> <p>8. Несобственные интегралы: интегралы по бесконечному промежутку интегрирования; интегралы от функций с особой точкой на отрезке интегрирования.</p> | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |
| 2.6                                     | Функции нескольких переменных   | <p>1. Функции двух переменных. Основные понятия и определения. Пределы функций двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.</p> <p>2. Частные производные первого порядка функции нескольких переменных. Частные производные высших порядков.</p> <p>3. Дифференцируемость и полный дифференциал функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков. Производные по направлению. Градиент.</p> <p>4. Экстремумы функции двух переменных. Основные определения и понятия. Необходимые и достаточные условия локального экстремума функции двух переменных.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |
| 2.7                                     | Кратные интегралы               | 1. Двойной интеграл. Основные понятия и                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |

|     |                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                       |
|-----|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|     |                            | <p>определения.<br/>Геометрический и физический смыслы двойного интеграла.<br/>Основные свойства двойного интеграла.</p> <p>2. Вычисление двойного интеграла в декартовых прямоугольных координатах.</p> <p>3. Формула замены переменных в двойном интеграле.<br/>Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <a href="http://u.ru/course/view.php?id=30112">u.ru/course/view.php?id=30112</a>                      |
| 2.8 | Ряды                       | <p>1. Числовые ряды: основные понятия и определения.<br/>Ряд геометрической прогрессии.<br/>Необходимый признак сходимости числового ряда.<br/>Гармонический ряд.<br/>Достаточные признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов: признаки сравнения; признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши.</p> <p>2. Знакопередающие числовые ряды.<br/>Признак Лейбница.<br/>Общий достаточный признак сходимости знакопеременных числовых рядов.<br/>Абсолютная и условная сходимости числовых рядов.<br/>Некоторые свойства абсолютно сходящихся рядов.</p> <p>3. Функциональные ряды.<br/>Степенные ряды. Теорема Н. Абеля.<br/>Интервал и радиус сходимости степенного ряда.<br/>Свойства степенных рядов.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |
| 2.9 | Дифференциальные уравнения | <p>1. Общие сведения о дифференциальных уравнениях.<br/>Дифференциальные уравнения первого порядка: основные понятия и определения.<br/>Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.<br/>Уравнения с разделяющимися переменными.<br/>Однородные дифференциальные уравнения.</p> <p>2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения: И. Бернулли и вариации произвольной постоянной (Лагранжа).</p> <p>3. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия и определения.<br/>Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.<br/>Некоторые дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.<br/>Краткие сведения о комплексных числах.</p> <p>4. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.<br/>Структура и некоторые свойства их общих решений.<br/>Интегрирование линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.</p> <p>5. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.<br/>Структура и некоторые свойства их общих решений.<br/>Метод вариации произвольных постоянных (Лагранжа) для поиска частного решения ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами.<br/>Теорема о сложении решений.</p> <p>6. Интегрирование линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.</p> | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112</a> |

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины | Виды занятий (количество часов) |              |                        |       |
|-------|----------------------------------------|---------------------------------|--------------|------------------------|-------|
|       |                                        | Лекции                          | Практические | Самостоятельная работа | Всего |
| 1     | Элементы линейной алгебры              | 8                               | 10           | 12                     | 30    |
| 2     | Аналитическая геометрия на плоскости   | 8                               | 10           | 12                     | 30    |
| 3     | Введение в анализ                      | 10                              | 16           | 18                     | 44    |
| 4     | Дифференциальное исчисление            | 8                               | 14           | 18                     | 40    |
| 5     | Интегральное исчисление                | 16                              | 16           | 16                     | 48    |
| 6     | Функции нескольких переменных          | 8                               | 8            | 8                      | 24    |
| 7     | Кратные интегралы                      | 6                               | 6            | 6                      | 18    |
| 8     | Ряды                                   | 6                               | 6            | 6                      | 18    |
| 9     | Дифференциальные уравнения             | 12                              | 12           | 12                     | 36    |
|       | Итого:                                 | 82                              | 98           | 108                    | 288   |
|       | Контроль                               | -                               | -            | -                      | 72    |
|       | Итого:                                 | 82                              | 98           | 108                    | 360   |

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины «Математика» используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

#### Методические указания для обучающихся при работе над конспектом лекций.

Лекция – систематическое, последовательное, чаще монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекции обучающимся рекомендуется вести конспект, что позволит впоследствии вспомнить изученный материал, дополнить содержание при самостоятельной работе с литературой, подготовиться к экзамену.

Следует также обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Любая лекция должна иметь логическое завершение, роль которого выполняет заключение. Выводы в конце лекции формулируются кратко и лаконично, их целесообразно записывать. В конце лекции обучающиеся имеют так же возможность задать вопросы преподавателю по теме лекции.

#### Методические указания для обучающихся при работе на практическом занятии.

Практические занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении тем дисциплины.

В ходе подготовки к практическим занятиям обучающимся рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При этом следует учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Рекомендуется также дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной рабочей программой.

В связи с тем, что активность обучающегося на практических занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

Решение задач – выполнение обучающимися набора практических заданий предметной области с целью выработки навыков их решения, закрепления теоретического материала.

Прежде чем приступить к решению задач, обучающемуся необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы дисциплины по учебной

литературе, рекомендованной программой курса; получить от преподавателя информацию о порядке проведения занятия, критериях оценки результатов работы; получить от преподавателя конкретное задание и информацию о сроках выполнения, о требованиях к оформлению и форме представления результатов.

При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю при возникновении затруднений в ходе решения задач.

#### Методические указания для обучающихся при самостоятельной работе.

Самостоятельная работа студентов по учебной дисциплине «Математика» предполагает изучение и конспектирование всех необходимых материалов по программе курса (смотри выше) с использованием рекомендуемой преподавателем литературы (приведена ниже), а также самостоятельное освоение и запоминание понятийного аппарата изучаемой дисциплины, выполнение ряда теоретических и практических заданий, выдаваемых студентам преподавателем на лекционных и практических занятиях, подготовку к текущим аттестациям (примеры смотри ниже).

Задания, выполняемые студентами самостоятельно, подлежат последующей проверке преподавателем.

Самостоятельная работа обучающихся оценивается по шкале «зачтено / не зачтено». Если обучающийся представил не менее 50% правильно выполненных заданий, то он получает оценку «зачтено», в противном случае – «не зачтено».

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное освоение всех тем и вопросов учебной дисциплины, предусмотренных программой. Самостоятельная работа является обязательным видом деятельности для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся заинтересованное отношение к конкретной проблеме.

Вопросы, которые вызывают у обучающихся затруднения при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в форме устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (1 семестр – экзамен; 2 семестр - экзамен).

Для успешного и плодотворного обеспечения итогов самостоятельной работы разработаны учебно-методические указания к самостоятельной работе студентов над различными разделами дисциплины.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к практическим занятиям; работа с вопросами для самопроверки.

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112> на образовательной платформе «Электронный университет ВГУ».

### **Особенности учебно-методического обеспечения самостоятельной работы для лиц с ОВЗ.**

Студенты с ограниченными возможностями здоровья имеют свои специфические особенности восприятия, переработки материала. Подбор и разработка учебных материалов для таких студентов производится с учетом того, чтобы предоставить этот материал в различных формах так, чтобы обучающийся с нарушениями слуха получил информацию визуально, с нарушениями зрения – аудиально.

Предусмотрено в случае необходимости создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей, альтернативную версию медиаконтентов, предусмотрена возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотрена доступность управления контентом с клавиатуры.

## **15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:**

### **а) основная литература:**

| № п/п | Источник                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Шипачев В. С. Начала высшей математики : учебное пособие / В. С. Шипачев. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 384 с. — ISBN 978-5-8114-1476-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/211175">https://e.lanbook.com/book/211175</a> (дата обращения: 21.12.2023). — Режим доступа: для авториз. Пользователей.                                                                       |
| 2     | Туганбаев, А. А. Основы высшей математики : учебник / А. А. Туганбаев. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 496 с. — ISBN 978-5-8114-1189-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210698">https://e.lanbook.com/book/210698</a> (дата обращения: 21.12.2023). — Режим доступа: для авториз. Пользователей.                                                                                            |
| 3     | Назаров, А. И. Курс математики для нематематических специальностей и направлений бакалавриата : учебное пособие / А. И. Назаров, И. А. Назаров. — 3-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 576 с. — ISBN 978-5-8114-1199-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210641">https://e.lanbook.com/book/210641</a> (дата обращения: 21.12.2023). — Режим доступа: для авториз. Пользователей. |
| 4     | Задачник по высшей математике для вузов : учебное пособие / В. Н. Земсков, С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. С. Поспелов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 512 с. — ISBN 978-5-8114-1024-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210662">https://e.lanbook.com/book/210662</a> (дата обращения: 21.12.2023). — Режим доступа: для авториз. Пользователей.                          |
| 5     | Высшая математика. Стандартные задачи с основами теории : учебное пособие для вузов / А. Ю. Вдовин, Л. В. Михалева, В. М. Мухина [и др.]. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 188 с. — ISBN 978-5-8114-9437-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/195419">https://e.lanbook.com/book/195419</a> (дата обращения: 21.12.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.       |
| 6     | Лисичкин В. Т. Математика в задачах с решениями : учебное пособие / Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. — 7-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-4906-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/126952">https://e.lanbook.com/book/126952</a> (дата обращения: 04.10.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.                                            |
| 7     | Владимирский, Б. М. Математика. Общий курс : учебник. 4-е изд., стер. / Б. М. Владимирский, А. Б. Горстко, Я. М. Ерусалимский. — СПб : Лань, 2022. — 960 с. : ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература). — ISBN 978-5-8114-0445-2. — URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=634">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=634</a> .                                                                      |

б) дополнительная литература:

| №<br>п/п | Источник                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Натансон И. П. Краткий курс высшей математики : учебное пособие / И. П. Натансон. — 10-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 736 с. — ISBN 978-5-8114-0123-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210320">https://e.lanbook.com/book/210320</a> (дата обращения: 13.06.2024). — Режим доступа: для авториз. Пользователей.                                                                                                 |
| 2        | Петрушко И. М. Курс высшей математики. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление. Лекции и практикум : учебное пособие / И. М. Петрушко. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-0578-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210341">https://e.lanbook.com/book/210341</a> (дата обращения: 13.06.2024). — Режим доступа: для авториз. Пользователей.                       |
| 3        | Петрушко, И. М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум : учебное пособие / И. М. Петрушко. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-0633-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210140">https://e.lanbook.com/book/210140</a> (дата обращения: 16.06.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей. |
| 4        | Петрушко И. М. Сборник задач и типовых расчетов по высшей математике : учебное пособие / И. М. Петрушко, А. И. Бараненков, Е. П. Богомолова. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 240 с. — ISBN 978-5-8114-0930-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210344">https://e.lanbook.com/book/210344</a> (дата обращения: 13.06.2024). — Режим доступа: для авториз. Пользователей.                                                         |
| 5        | Гюнтер Н. М. Сборник задач по высшей математике : учебное пособие / Н. М. Гюнтер, Р. О. Кузьмин. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 816 с. — ISBN 5-8114-0490-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210200">https://e.lanbook.com/book/210200</a> (дата обращения: 13.06.2024). — Режим доступа: для авториз. Пользователей.                                                                                      |
| 6        | Сборник задач и упражнений по высшей математике. Математическое программирование : учебное пособие / А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, Н. И. Холод, Н. М. Слукин. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1057-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/167811">https://e.lanbook.com/book/167811</a> (дата обращения: 13.06.2024). — Режим доступа: для авториз. Пользователей.                     |

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

| №<br>п/п | Ресурс                                                                                                                            |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | <a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог и электронная библиотека ЗНБ ВГУ                  |
| 2        | <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a> - электронно-библиотечная система "Лань"                              |
| 3        | <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a> - электронно-библиотечная система "Консультант студента"          |
| 4        | <a href="http://www.edu.ru">http://www.edu.ru</a> - федеральный портал «Российское образование»                                   |
| 5        | <a href="http://school.msu.ru">http://school.msu.ru</a> – математический консультационный центр                                   |
| 6        | <a href="http://mschool.kubsu.ru">http://mschool.kubsu.ru</a> – библиотека электронных учебных пособий                            |
| 7        | <a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a> - электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» |

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы**

| №<br>п/п | Источник                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Числовые и степенные ряды: основные теоретические сведения, примеры, тестовые и контрольные задания [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. 1-2 курсов очной формы обучения мат. и мед.-биол. фак, для направлений и специальностей: 02.04.10 - Математика и компьютерные науки, 01.05.01 - Фундаментальная математика и механика, 01.03.04 - Прикладная математика, 30.05.01 - Медицинская биохимия, 30.05.02 - Медицинская биофизика, 30.05.01 - Медицинская кибернетика]. Ч. 1 / Воронеж. гос. ун-т ; сост. : А. Д. Баев, Ф. В. Голованева, С. А. Шабров. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2020. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m20-167.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m20-167.pdf</a> >. |
| 2        | Числовые и степенные ряды: основные теоретические сведения, примеры, тестовые и                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | контрольные задания : учебно-методическое пособие. Ч. 2 / составитель Ф. В. Голованева. - Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2023. - 48 с. - 3 п. л.. - <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m23-95.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m23-95.pdf</a> >.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 3  | Плоскость и прямая в пространстве [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студентов 1-2 к. очной формы обучения хим. фак. : для специальности 020900 - Химия, физика и механика материалов] / Воронеж. гос. ун-т; сост. : Ф. В. Голованева, Е. В. Петрова. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. — Загл. с титул. экрана. — Электрон. версия печ. публикации. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-97.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-97.pdf</a> >.                                                                                                                             |
| 4  | Дифференциальные уравнения первого порядка [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. 1 курса очной формы обучения исторического фак., для направления 39.03.01 - Социология] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. Ф. В. Голованева. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2020. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m20-166.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m20-166.pdf</a> >.                                                                                                                                                                                       |
| 5  | Плоскость и прямая линия в пространстве [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. 1 курса геол., ист. и хим. фак. очной формы обучения, для направлений: 05.03.01 - Геология, 04.03.01 - Химия, 04.03.02 _ Химия, физика и механика материалов, 39.03.01 - Социология, для специальности: 04.05.01 - Фундаментальная и прикладная химия] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. : Л. Н. Баркова, Л. В. Безручкина. — Электрон. текстовые и граф. данные. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-02.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-02.pdf</a> >. |
| 6  | Поурочные практические занятия по высшей математике [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. непрофильных мат. специальностей, для направлений: 05.03.01 - Геология, 39.03.01 - Социология, 04.03.01 - Химия, 04.03.02 - Химия, физика и механика материалов, специальности 04.05.01 - Фундаментальная и прикладная химия] / Воронеж. гос. ун-т; сост. А. С. Рябенко. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-176.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-176.pdf</a> >                                             |
| 7  | Элементы векторной алгебры. Теория [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. 1 курса очной формы обучения ист. и филолог. фак., для направлений: 39.03.01 - Социология, 50.03.01 - Искусства и гуманитарные науки] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. Ф. В. Голованева. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2020. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m20-168.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m20-168.pdf</a> >.                                                                                                                                                 |
| 8  | Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 9  | Вычисление пределов, вычисление производных функции одного переменного : учебно-методическое пособие для студентов, обучающихся по направлению 04.03.01 Химия : [для студ. 1 курса хим. фак. очно-заочной формы обучения, обучающихся по направлению 04.03.01 Химия] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. Е. А. Логинова. — Воронеж : Воронежский государственный педагогический университет, 2015. — 34 с. — Библиогр. : с. 33. — <URL: <a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a> >                                                                                                                                                                                                            |
| 10 | Логинова Е. А. Поверхности второго порядка [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [студентам 1-го к. хим. фак., изучающим дисциплину С1.Б.10 «Математика» для направления 04.05.01 - Фундаментальная и прикладная химия] / Е . А. Логинова ; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовые файлы. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-205.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-205.pdf</a> , <a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a> >.                                                                 |
| 11 | Теория, задания и методические указания по разделу «Кривые второго порядка» : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. геол., ист., и хим. фак. очной формы обучения, обуч. по направлениям 020700 Геология, 040100 Социология, 020100 Химия, 020300 Химия, физика и механика материалов и по специальности 020201 Фундамент. и приклад. химия] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. : Л. Н. Баркова, Л. В. Безручкина. — Воронеж : Воронежский государственный педагогический университет, 2015. — 34, [1] с. : ил. — Библиогр. : с. [35]. — <URL: <a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a> >.                                                                                 |
| 12 | Теория, задания и методические указания по разделу «Векторы. Прямая на плоскости» : учебно-методическое пособие : [для студ. 1 к. ВГУ геол., ист., и хим. фак. очной формы обучения по направлениям 05.03.01 Геология, 39.03.01 Социология, 04.03.01 Химия, 04.03.02 Химия, физика и механика материалов и по специальности 020201 Фундамент. и приклад. химия] / сост. : Л. Н. Баркова, Л. В. Безручкина. — Воронеж : Воронежский                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | государственный педагогический университет, 2016. — 39 с. : ил. — Библиогр.: с. 38. — <URL: <a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a> >.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 13 | Плоскость и прямая линия в пространстве [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. 1 курса геол., ист. и хим. фак. очной формы обучения, для направлений : 05.03.01 - Геология, 04.03.01 - Химия, 04.03.02 - Химия, физика и механика материалов, 39.03.01 - Социология, для специальности : 04.05.01 - Фундаментальная и прикладная химия] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. : Л. Н. Баркова, Л. В. Безрукина. — Электрон. текстовые и граф. данные. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-02.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-02.pdf</a> , <a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a> >. |

## **17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

В части освоения материала лекционных и лабораторных занятий, самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины, прохождения текущей и промежуточной аттестаций может применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, в частности, электронный курс «Математика» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30112>) на образовательной платформе «Электронный университет ВГУ».

## **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации; специализированная мебель. Используется типовое оборудование, соответствующее действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам эксплуатации учебной аудитории, расположенной по адресу: 394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1.

2. Для самостоятельной работы возможно использование помещений Зональной научной библиотеки ВГУ и ее электронного каталога. Кроме того, используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно-правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

3. При реализации дисциплины с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий возможны дополнения материально-технического обеспечения.

## **19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

| № п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция(и) | Индикатор(ы) достижения компетенции | Оценочные средства                                                                                                                  |
|-------|------------------------------------------|----------------|-------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Элементы линейной алгебры                | ОПК - 3        | ОПК - 3.1<br>ОПК - 3.2<br>ОПК - 3.3 | Практико-ориентированные и тестовые задания<br>Фронтальный устный опрос<br>Контрольная работа 1<br>Письменный ответ и собеседование |

| № п/п                                                                          | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция(и) | Индикатор(ы) достижения компетенции | Оценочные средства                                                                                                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|----------------|-------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                |                                          |                |                                     | по вопросам и заданиям к экзамену                                                                                                                                     |
| 2                                                                              | Аналитическая геометрия на плоскости     | ОПК - 3        | ОПК - 3.1<br>ОПК - 3.2<br>ОПК - 3.3 | Практико-ориентированные и тестовые задания<br>Фронтальный устный опрос<br>Контрольная работа 1<br>Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену |
| 3                                                                              | Введение в анализ                        | ОПК - 3        | ОПК - 3.1<br>ОПК - 3.2<br>ОПК - 3.3 | Практико-ориентированные и тестовые задания<br>Фронтальный устный опрос<br>Контрольная работа 2<br>Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену |
| 4                                                                              | Дифференциальное исчисление              | ОПК - 3        | ОПК - 3.1<br>ОПК - 3.2<br>ОПК - 3.3 | Практико-ориентированные и тестовые задания<br>Фронтальный устный опрос<br>Контрольная работа 2<br>Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену |
| 5                                                                              | Интегральное исчисление                  | ОПК - 3        | ОПК - 3.1<br>ОПК - 3.2<br>ОПК - 3.3 | Практико-ориентированные и тестовые задания<br>Фронтальный устный опрос<br>Контрольная работа 3<br>Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену |
| 6                                                                              | Функции нескольких переменных            | ОПК - 3        | ОПК - 3.1<br>ОПК - 3.2<br>ОПК - 3.3 | Практико-ориентированные и тестовые задания<br>Фронтальный устный опрос<br>Контрольная работа 3<br>Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену |
| 7                                                                              | Кратные интегралы                        | ОПК - 3        | ОПК - 3.1<br>ОПК - 3.2<br>ОПК - 3.3 | Практико-ориентированные и тестовые задания<br>Фронтальный устный опрос<br>Контрольная работа 3<br>Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену |
| 8                                                                              | Ряды                                     | ОПК - 3        | ОПК - 3.1<br>ОПК - 3.2<br>ОПК - 3.3 | Практико-ориентированные и тестовые задания<br>Фронтальный устный опрос<br>Контрольная работа 4<br>Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену |
| 9                                                                              | Дифференциальные уравнения               | ОПК - 3        | ОПК - 3.1<br>ОПК - 3.2<br>ОПК - 3.3 | Практико-ориентированные и тестовые задания<br>Фронтальный устный опрос<br>Контрольная работа 4<br>Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену |
| Промежуточная аттестация разделы 1 – 4 (1 семестр)<br>Форма контроля - экзамен |                                          |                |                                     | Комплект КИМ № 1 к экзамену                                                                                                                                           |
| Промежуточная аттестация разделы 5 – 9 (2 семестр)<br>Форма контроля - экзамен |                                          |                |                                     | Комплект КИМ № 2 к экзамену                                                                                                                                           |

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

фронтальный устный опрос, практико-ориентированные и тестовые задания, текущие аттестации в форме контрольных работ.

#### Примерный перечень заданий для текущих аттестаций в форме Контрольных работ

##### Контрольная работа 1

1. Выполнить действия с матрицами:  $3A \cdot B - C^T$ , где

$$A = \begin{pmatrix} -15 & 10 \\ 7 & -11 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 5 & -10 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Найти обратную матрицу  $A^{-1}$ , если  $A = \begin{pmatrix} -1 & 9 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \\ 3 & 7 & 8 \end{pmatrix}$ .

3. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{vmatrix}$ .

4. Решить систему уравнений методом Гаусса  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 13, \\ 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 21, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 3. \end{cases}$

5. Вычислить  $\bar{a} \cdot \bar{b}$ ,  $\bar{a} \times \bar{b}$ , если  $\bar{a} = (3; 2; -1)$ ;  $\bar{b} = (2; 4; -5)$ .

6. Задано уравнение прямой  $3x - 2y + 6 = 0$ . Определить, в каком виде задана прямая, записать её уравнение в отрезках, с угловым коэффициентом, нормальное уравнение.

##### Контрольная работа 2

1. Найти предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+2} - \frac{5}{2n+1}$ .

2. Вычислить пределы функций:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - x}{x + 3}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 5x}{x^3}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x-3} \right)^{5x}.$$

3. Найти производные следующих функций:

$$y = x \cdot 2^{\sqrt{x}} \cdot e^{\sqrt{x}}; y = \log_3(\sqrt{\sin x^7}); y = x^{3x^2+7}; y^3 + 2x^2 + \ln x + \cos y = 0.$$

4. Найти производные второго порядка функции  $y = \operatorname{ctg} x^3$ .
5. Найти дифференциал функции  $y = \ln(3x^7)$ .
6. Для данной функции  $f(x)$  найти точки разрыва, определить их характер, вычислить скачки функции в каждой точке разрыва первого рода, если

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0; \\ (x+1)^2, & 0 < x \leq 2; \\ -x+4, & x > 2. \end{cases}$$

### Контрольная работа 3

1. Найти неопределенные интегралы, используя различные методы интегрирования:

$$\int x^2 \sqrt{x^2 + 5} dx; \int_2^4 x^2 e^{3x} dx; \int \frac{x^4 - 2x}{x^3 - 2x^2 + x} dx; \int \frac{x dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}}.$$

2. Вычислить определенные интегралы:  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{\sin x - \sin^3 x} dx; \int_0^3 (x-3)e^{-x} dx.$

3. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}; \int_1^3 \frac{dx}{x(x-2)}.$$

4. Найти частные производные первого и второго порядков функций

$$z = \cos(x^2 + x\sqrt{y}) - \ln(x^2 y + y^2 x).$$

5. Найти полный дифференциал функции  $z = \sin^2 \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}.$

6. Найти локальный экстремум функции  $z = 2x^2 + 3xy - 3x.$

7. Изменить порядок интегрирования  $\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f(x, y) dx.$

8. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D xy dx dy$  по области  $D$ , определяемой условиями  $\begin{cases} xy = 1 \\ x + y = \frac{5}{2} \end{cases}.$

### Контрольная работа 4

1. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

$$\sqrt{3+y^2} + \sqrt{1-x^2} \cdot y \cdot y' = 0; 2y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{8y}{x} + 8.$$

2. Решить задачу Коши  $y' - \frac{y}{x} = \ln x, y(1) = 0.$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' = 6e^{2x} - x^2 + 7.$

4. Решить уравнение  $y'' + y' = 4x - 1.$

5. Решить задачу Коши  $y'' - 2y' = e^x(3x-1), y(0) = 2, y'(0) = 0.$

6. Исследовать на сходимость знакоположительный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 3}$ .

7. Исследовать сходимость знакопеременного ряда. Если он сходится, то указать абсолютно или условно  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$ .

8. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \cdot (x+2)^n$ .

### Примерный перечень практико-ориентированных и тестовых заданий

Темы: «Элементы линейной алгебры»  
«Аналитическая геометрия на плоскости»  
«Введение в математический анализ»

1.1. Решить систему 
$$\begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ 4x - 2y + z = 15 \\ -x - y + 4z = -1 \end{cases}$$

1.2. Если прямая задана общим уравнением  $4x + 2y - 5 = 0$ , то ее уравнение с угловым коэффициентом имеет вид:

а)  $x = -0,5y + 1,25$  б)  $\frac{4x}{5} + \frac{2y}{5} = 1$  в) г)  $y = -2x + 2,5$

1.3 Периодической функцией является:

1.  $y = \arctg x$  2.  $y = \sin 3x$  3.  $y = \sqrt{x-2}$  4.  $y = 15x^3 - 1$

2.1. Какая из следующих матриц будет размером  $2 \times 3$ :

а)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  б)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$  в)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2.2. Заданы точки  $M_1(2; -5)$  и  $M_2(-2; 1)$ . Точка  $M_0(x_0; y_0)$  является серединой отрезка  $M_1M_2$  при:

а)  $x_0 = 2; y_0 = -2$  б)  $x_0 = 0; y_0 = -3$  в)  $x_0 = -2; y_0 = -2$  г)  $x_0 = 0; y_0 = -2$

2.3. Четными функциями являются:

1.  $y = x^2 + 4$  2.  $y = \sin^4 x$  3.  $y = \sqrt{2x+3}$  4.  $y = 2x^3 - 1$

3.1. Решить систему 
$$\begin{cases} -4x - y + z = -16 \\ x + 5y - z = 8 \\ x + 8y - 3z = 9 \end{cases}$$

3.2. Точка  $M_0(\alpha; -2; 3)$  принадлежит плоскости  $2x - 4y + z - 1 = 0$  при  $\alpha$  равном:

а) 5 б) 12 в) -12 г) -5

3.3. Нечетными функциями являются:

1.  $y = \arcsin x$  2.  $y = 1 - x^4$  3.  $y = \sqrt{x^2 + 1}$  4.  $y = \sin 3x$

4.1. Даны две матрицы  $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 8 & -2 \\ 4 & 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ . Их суммой будет матрица:

а)  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 12 & 4 \\ 6 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$  б)  $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 1 & 12 & 4 \end{pmatrix}$  в)  $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 12 \\ 6 & 7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

4.2. Точка  $M_0(2; -5; \alpha)$  принадлежит плоскости  $3x - y + 2z - 1 = 0$  при  $\alpha$  равном:

а) 5 б) -5 в) -7 г) -7,5

4.3. Ограниченной на всей действительной числовой оси функцией является:

$$1. y = \log_2 x - 4 \quad 2. y = 2 \sin 3x - 1 \quad 3. y = 2\sqrt{x^2 - 2} \quad 4. y = 2x^3 + 6$$

$$5.1. \text{ Решить систему } \begin{cases} x - 3y + z = -1 \\ 5x - 2y + z = 4 \\ -x - y + 4z = 2 \end{cases}$$

5.2. Точка  $M(k; -1)$  равноудалена от точек  $M_1(0; 1)$  и  $M_2(1; 0)$  при  $k$  равном:

а) 3 б)  $-1,5$  в) 1 г)  $-1$

5.3. Наименьшее целое из области определения степенной функции

$$1. y = 2 \log_3(1 - x^2) \quad 2. y = \frac{2x-1}{2x+1} \quad 3. y = (5x-10)^{1/2} \quad 4. y = 3^{1-x}$$

равно:

1.  $-1$  2. 0 3. 199 4. 2

6.1. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 10 \end{pmatrix}$ , тогда матрица  $\frac{A}{2}$  будет выглядеть так:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ -4 & 0 & 20 \end{pmatrix} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

6.2. Точка  $M(0; k)$  равноудалена от точек  $M_1(1; 2)$  и  $M_2(-1; 0)$  при  $k$  равном:

а)  $-1$  б)  $-0,5$  в)  $0,5$  г) 1

6.3. Даны четыре функции. Наибольшее целое из области определения логарифмической функции:

$$1. y = (5x-10)^{1/2} \quad 2. y = 3^{1-x} \quad 3. y = 2 \log_3(1-x) \quad 4. y = \frac{2x-1}{2x+1}$$

$$7.1. \text{ Решить систему } \begin{cases} -5x + y - 3z = -10 \\ x + y - 4z = -6 \\ 7x + y - 3z = 2 \end{cases}$$

7.2. Точка  $M_0(x_0; y_0)$  находится от прямой  $3x + 4y - 7 = 0$  на расстоянии 6 единиц, если  $3x_0 + 4y_0$  равно: а)  $-37$  б) 29 в) 37 г)  $-23$

7.3. Даны четыре функции. Наименьшее целое из множества значений показательной функции равно

$$1. y = \frac{2x-1}{2x+1} \quad 2. y = 2 \log_3(1-x^2) \quad 3. y = 3^{1-x} \quad 4. y = (5x-10)^{1/2}$$

8.1. Матрица, транспонированная к матрице  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ , будет выглядеть так:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

8.2. Точка  $M_0(\alpha; 3; -4)$  принадлежит плоскости  $2x - 4y - 7z = 0$  при  $\alpha$  равном:

а) 8 б) 18 в)  $-18$  г)  $-8$

8.3. Установите соответствие названий и аналитических выражений гиперболических функций

1 пара.  $y = \operatorname{sh} x$   $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$

2 пара.  $y = \operatorname{cth} x$   $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$

3 пара.  $y = \operatorname{th} x$   $\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

4 пара.  $y = \operatorname{ch} x$   $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

9.1. Решить систему 
$$\begin{cases} 2x+6y+z=-3 \\ 5x+2y+z=13 \\ x-y+z=2 \end{cases}$$

9.2. Прямые  $ax+2y-1=0$  и  $4x-by+5=0$  параллельны при  $a \cdot b$  равном:

а) 8 б)  $-\frac{1}{8}$  в)  $\frac{1}{8}$  г)  $-8$

9.3. Примером бесконечно большой числовой последовательности является последовательность...

1. 1; -1; 1; -1; ... 2.  $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$  3. -1; -2; -3; ...

10.1. Даны две матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Их суммой будет матрица:

а)  $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$  б)  $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$  в)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$

10.2. Прямые на плоскости  $y=-3x+k$  и  $y=kx+5$  перпендикулярны при  $k$  равном:

а) 1 б)  $-3$  в)  $-\frac{1}{3}$  г)  $\frac{1}{3}$

10.3. Примером бесконечно большой числовой последовательности является последовательность... 1. 2; -2; 2; -2; ... 2.  $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$  3. 1; 3; 5; ...

11.1. Решить систему 
$$\begin{cases} x+5y+z=8 \\ -8x+y-z=-16 \\ 9x+y-2z=17 \end{cases}$$

11.2. Прямые  $y=kx+1$  и  $2x+y-11=0$  перпендикулярны при  $k$ , равном:

а)  $-0,5$  б) 2 в)  $-2$  г) 0,5

11.3. Примером ограниченной числовой последовательности является последовательность...

1. -1; -2; -3; ... 2. 0; 1; 0; 2; 0; 3; ... 3. 0; 5; 0; 5; 0; ...

12.1. Какая из следующих матриц будет размером  $3 \times 2$ :

а)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  б)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$  в)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

12.2. Прямые  $ax+2y-1=0$  и  $4x-6y+5=0$  перпендикулярны при  $a$ , равном:

а)  $-3$  б)  $-\frac{4}{3}$  в)  $\frac{4}{3}$  г) 3

12.3. Примером ограниченной числовой последовательности является последовательность...

1. 1; 3; 5; ... 2. 0; 1; 0; 2; 0; 3; ... 3.  $\cos 1; \cos 2; \cos 3; \dots$

13.1. Решить систему 
$$\begin{cases} 4x-5y+z=0 \\ 3x+z=4 \\ x-y+4z=4 \end{cases}$$

13.2. Прямые  $y=3x-1$  и  $y=kx+5$  параллельны при  $k$ , равном:

а)  $-3$  б) 2 в)  $-1$  г) 3

13.3. Примером бесконечно малой числовой последовательности является последовательность...

1. 2; -2; 2; -2; ... 2.  $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$  3. 1; 3; 5; ...

14.1. Какая из следующих матриц будет квадратной:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

14.2. Заданы точки  $M_1(-10; 2)$  и  $M_2(-2; 14)$ . Точка  $M_0(x_0; y_0)$  является серединой отрезка  $M_1M_2$  при:

$$\text{а) } x_0=6; y_0=8 \quad \text{б) } x_0=-6; y_0=-8 \quad \text{в) } x_0=6; y_0=-8 \quad \text{г) } x_0=-6; y_0=8$$

14.3. Примером бесконечно малой числовой последовательности является последовательность...

$$1. 1; -1; 1; -1; \dots \quad 2. -1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; \dots \quad 3. -1; -2; -3; \dots$$

$$15.1. \text{ Решить систему } \begin{cases} 2x + y + z = 10 \\ 9x + y - z = -27 \\ 11x + y - 2z = 31 \end{cases}$$

15.2. Точка  $M_0(-4; \alpha; 1)$  принадлежит плоскости  $x + 2y - 3z + 1 = 0$  при  $\alpha$  равном:

$$\text{а) } -3 \quad \text{б) } -4 \quad \text{в) } 4 \quad \text{г) } 3$$

15.3. Общий член числовой последовательности  $1; \frac{4}{6}; \frac{5}{9}; \dots$  имеет вид:

$$1. a_n = \frac{4n-1}{3n} \quad 2. a_n = \frac{3n-2}{2n-1} \quad 3. a_n = (-1)^{n+1} \frac{4n-1}{3n} \quad 4. a_n = \frac{n+2}{3n}$$

16.1. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 10 \end{pmatrix}$ , тогда матрица  $2 \cdot A$  будет выглядеть так:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ -4 & 0 & 20 \end{pmatrix} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

16.2. Прямая  $\frac{x}{a} + \frac{y}{3} = 1$  проходит через точку  $M(1; -1)$  при  $a$  равном:

$$\text{а) } \frac{1}{3} \quad \text{б) } 5 \quad \text{в) } -0,75 \quad \text{г) } 0,75$$

16.3. Общий член числовой последовательности  $1; \frac{3}{4}; \frac{5}{9}; \dots$  имеет вид:

$$1. a_n = \frac{3n-2}{n^2} \quad 2. a_n = (-1)^{n-1} \frac{2n-1}{n^2} \quad 3. a_n = (-1)^{n+1} \frac{3n-2}{n^2} \quad 4. a_n = \frac{2n-1}{n^2}$$

$$17.1. \text{ Решить систему } \begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ 5x + z = 11 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$$

17.2. Точка  $M_0(3; -1)$  находится от прямой  $3x - 4y + c = 0$  на расстоянии 5 единиц, если  $c$  равно:

$$\text{а) } -12 \quad \text{б) } -13 \quad \text{в) } 12 \quad \text{г) } -38$$

17.3. Пятый член числовой последовательности  $2; \frac{3}{4}; \frac{4}{9}; \dots$  равен

$$1. \frac{7}{25} \quad 2. \frac{5}{16} \quad 3. \frac{1}{5} \quad 4. \frac{6}{25}$$

18.1. Пусть  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ , тогда  $A \cdot B$  равно: а)  $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  б)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$  в)  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

18.2. Точка  $M_0(a; a)$  находится от прямой  $4x + 3y + 14 = 0$  на расстоянии 5 единиц, если  $a$  равно:

$$\text{а) } 7 \quad \text{б) } -3 \quad \text{в) } -7 \quad \text{г) } 3$$

18.3. Пятый член числовой последовательности  $1; \frac{7}{8}; \frac{10}{12}; \dots$  равен 1.  $\frac{17}{25}$  2.  $\frac{3}{5}$  3.  $\frac{13}{25}$  4.  $\frac{4}{5}$

19.1. Решить систему 
$$\begin{cases} 6x - y + z = 18 \\ -x + y - z = -3 \\ 10x - y - 3z = 26 \end{cases}$$

19.2. Если прямая задана общим уравнением  $6x + 2y - 7 = 0$ , то ее угловой коэффициент равен:

а) 3    б)  $-\frac{1}{3}$     в)  $\frac{1}{3}$     г)  $-3$

19.3. Пятый член числовой последовательности  $1; \frac{3}{4}; \frac{5}{9}; \dots$  равен 1.  $\frac{9}{25}$     2.  $\frac{11}{36}$     3.  $\frac{1}{4}$     4.  $\frac{8}{25}$

20.1. Пусть  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ , тогда  $A \cdot B$  равно: а)  $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$     б)  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$     в)  $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

20.2. Если прямая задана общим уравнением  $15x + 5y - 7 = 0$ , то ее уравнение с угловым коэффициентом имеет вид:

а)  $x = -\frac{1}{3}y + \frac{7}{15}$     б)  $\frac{15x}{7} + \frac{5y}{7} = 1$     в)  $15x + 5y = 7$     г)  $y = -3x + 1,4$

20.3. Общий член числовой последовательности  $4; \frac{5}{4}; \frac{2}{3}; \dots$  имеет вид:

1.  $a_n = \frac{2(n+1)}{n}$     2.  $a_n = \frac{4n}{2n-1}$     3.  $a_n = (-1)^{n+1} \frac{4n}{3n^2}$     4.  $a_n = \frac{n+3}{n^2}$

21.1. Решить систему 
$$\begin{cases} 2x + 4y - 3z = 5 \\ x + 5y - 2z = 0 \\ 2x - 3y - z = 10 \end{cases}$$

21.2. Заданы точки  $M_1(3; -7)$  и  $M_2(-3; 5)$ . Точка  $M_0(x_0; y_0)$  является серединой отрезка  $M_1M_2$  при:

а)  $x_0 = 2; y_0 = -2$     б)  $x_0 = 0; y_0 = -3$     в)  $x_0 = -2; y_0 = -2$     г)  $x_0 = 0; y_0 = -1$

21.3. Четвертый член числовой последовательности  $1; \frac{2}{3}; \frac{5}{9}; \dots$  равен 1.  $\frac{7}{12}$     2.  $\frac{5}{6}$     3.  $\frac{1}{2}$     4.  $\frac{2}{3}$

22.1. Решить систему 
$$\begin{cases} x - 2y - 4z = 4 \\ x - y + 3z = -2 \\ x - 3y + z = 8 \end{cases}$$

22.2. Точка  $M(3; k)$  равноудалена от точек  $M_1(1; 0)$  и  $M_2(0; -1)$  при  $k$  равном:

а) 3    б)  $-4$     в) 4    г)  $-3$

22.3. Общий член числовой последовательности  $1; \frac{7}{8}; \frac{10}{12}; \dots$  имеет вид:

1.  $a_n = \frac{3n+1}{4n}$     2.  $a_n = (-1)^{n-1} \frac{3n-2}{n^2}$     3.  $a_n = \frac{3n-2}{n^2}$     4.  $a_n = \frac{5n-1}{4n}$

23.1. Выбрать верное: определитель матрицы  $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  равен а) 27    б)  $-27$     в) 9

23.2. Эксцентриситет эллипса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{9} = 1$  равен 0,8 при  $a$  равном: а) 2,4    б)  $\frac{4}{15}$     в) 3,75    г) 5

23.3. Пятый член числовой последовательности  $\frac{3}{2}; 1; \frac{5}{6}; \dots$  равен 1.  $\frac{6}{10}$     2.  $\frac{8}{10}$     3.  $\frac{7}{12}$     4.  $\frac{7}{10}$

24.1. Решить систему 
$$\begin{cases} x - 2y + 4z = 3 \\ 3x + y + 3z = 6 \\ 2x - 2y + 5z = -9 \end{cases}$$

24.2. Эксцентриситет эллипса  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  равен 0,8. Тогда его малая полуось равна:  
а) 0,6 б) 20 в) 0,75 г) 1,25

24.3. Общий член числовой последовательности  $\frac{3}{2}; 1; \frac{5}{6}; \dots$  имеет вид:

1.  $a_n = \frac{2n-1}{2n}$  2.  $a_n = (-1)^{n-1} \frac{2n-1}{2n}$  3.  $a_n = \frac{n+2}{2n}$  4.  $a_n = \frac{3n}{3n-1}$

25.1. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 10 \end{pmatrix}$ , тогда матрица  $2 \cdot A$  будет выглядеть так:

а)  $\begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ -4 & 0 & 20 \end{pmatrix}$  б)  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 10 \end{pmatrix}$  в)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

25.2. Эксцентриситет гиперболы  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  равен: а) 0,6 б) 20 в) 0,75 г) 1,25

25.3. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1}{2x-1}$  равен 1. 4 2. 0 3.  $\infty$  4. -5

26.1. Решить систему 
$$\begin{cases} 5x + y + z = -5 \\ -x + 3y + z = 5 \\ 2x - 2y + 4z = 0 \end{cases}$$

26.2. Центр окружности  $x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = 0$  находится в точке:

а)  $D(-1; 1)$  б)  $D(1; 1)$  в)  $O(1; -1)$  г)  $O(-1; -1)$

26.3. Непрерывными на интервале  $[-1; 2]$  функциями являются

1.  $y = 2x^3 - 1$  2.  $y = \sin^2 x$  3.  $y = \frac{2}{x-1}$  4.  $y = e^{\frac{1}{x}}$  5.  $y = \log_2 x$

27.1 Пусть  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ , тогда  $A \cdot B$  равно: а)  $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  б)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$  в)  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

27.2. Радиус окружности  $x^2 - 2x + y^2 + 4y = 4$  равен: а) 2 б) 1 в) 3 г) 4

27.3. Непрерывными на интервале  $[-2; 3]$  функциями являются

1.  $y = 2^{\frac{1}{x-1}}$  2.  $y = 4x^3 + 3$  3.  $y = \cos^2 x$  4.  $y = \frac{5}{x}$  5.  $y = \operatorname{tg} x$

28.1. Решить систему 
$$\begin{cases} 3x + y - z = 3 \\ 2x + 4y + z = 7 \\ x = 3y + 3z = 1 \end{cases}$$

28.2. Среди векторов  $\vec{a} = -3\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$  перпендикулярны:

а)  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  б)  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$  в)  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$

28.3. Функция имеет разрыв первого рода на интервале  $[-3; 3]$

1.  $y = 4^{\frac{1}{x-2}}$  2.  $y = 2x^3 - 1$  3.  $y = \begin{cases} 1, & \text{если } x \geq 0, \\ 0, & \text{если } x < 0. \end{cases}$  4.  $y = \frac{6}{x+1}$  5.  $y = \operatorname{tg} x$

29.1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -17 \\ -1 & 0 & 10 \end{pmatrix}$ ,  $H = \begin{pmatrix} -4 & 3 & -15 \\ -5 & -7 & 0 \end{pmatrix}$ . Их разность имеет вид

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 4 & 7 & 10 \\ 7 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ 4 & 7 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 7 \\ -2 & 10 \end{pmatrix}$$

29.2. Угловой коэффициент прямой, перпендикулярной к прямой  $3x - y - 2 = 0$ , равен:

а) 3 б) -3 в) -0,5 г) 1

29.3. Функции имеют точки разрыва второго рода на интервале  $[-1; 2]$

1.  $y = \frac{6}{x+1}$  2.  $y = 4^{\frac{1}{x-2}}$  3.  $y = 2x^3 - 1$  4.  $y = \begin{cases} 1, & \text{если } x \geq 0, \\ 0, & \text{если } x < 0. \end{cases}$  5.  $y = \operatorname{tg} x$

30.1. Решить систему  $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2x + 5y - 2z = 10 \\ x - y + 3z = 2 \end{cases}$

30.2. Наименьший угол с положительным направлением оси  $Ox$  составляет прямая:

а)  $y = x$  б)  $y = 2x$  в)  $y = 0$  г)  $y = 0,5x$

30.3. Бесконечно малой функцией при  $x \rightarrow 3$  является:

1.  $y(x) = x^3$  2.  $y(x) = \frac{1}{x^2}$  3.  $y(x) = (x-3)^2$  4.  $y(x) = \ln x$

31.1. Даны матрицы  $M = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$  и  $N = \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$ . Их произведение  $M \cdot N$  имеет вид

а)  $\begin{pmatrix} 18 & -12 \\ 36 & -24 \end{pmatrix}$  б)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  в)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

31.2. Длина вектора  $\vec{a}$  равна 2; вектора  $\vec{b}$  равна 3; угол между векторами равен  $\frac{\pi}{3}$ . Скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  равно: а) 1 б) 3 в) -3 г) 0

31.3. Бесконечно большой функцией при  $x \rightarrow 0$  является:

1.  $y(x) = x^3$  2.  $y(x) = \frac{1}{x^2}$  3.  $y(x) = (x-3)^2$  4.  $y(x) = \frac{2}{e^x}$

32.1. Решить систему  $\begin{cases} 5x - y + 3z = 10 \\ x - 3y + z = 0 \\ y + 2z = 5 \end{cases}$

32.2. Длина вектора  $\vec{a}(2; -2; 1)$  равна: а) 5 б) 3 в) 1 г) 0

32.3. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + x^2}{x - x^2}$  равен 1.  $\infty$  2. -1 3. 0 4. 5

33.1. Линейная комбинация матриц  $2A + 3B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  имеет вид

а)  $\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 13 & 5 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$  б)  $\begin{pmatrix} -4 & 13 & 6 \\ 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

33.2. Точка пересечения прямых, заданных уравнениями  $x + 2y - 1 = 0$  и  $x - y - 4 = 0$ , имеет координаты:

а) (1; 0) б) (-1; 0) в) (3; -1) г) (0; -3)

33.3. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + x^2}{x + 4}$  равен 1. 3 2. 1 3. 0 4.  $\infty$  5. 0,75

34.1. Решить систему 
$$\begin{cases} 3x + y + z = 6 \\ -2y + z = 0 \\ 2x - y + 4z = 9 \end{cases}$$

34.2. Расстояние между фокусами эллипса  $3x^2 + 4y^2 = 12$  равно: а) 3 б) 2 в) 4 г) 12

34.3. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x} \right)^x$  равен 1. 3 2. 1 3. 0 4.  $\infty$  5.  $e^3$

35.1. Решить систему 
$$\begin{cases} 3x - y + z = 2 \\ 2y - z = 3 \\ -x + y + 5z = 6 \end{cases}$$

35.2. Расстояние от точки  $M(-5; 5)$  до прямой  $3x + 4y + 20 = 0$  равно: а) -10 б) 10 в) 5 г) 1

35.3. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{tg} 2x}$  равен 1. 0 2. 6 3.  $\infty$  4. 3

**Темы: «Введение в математический анализ. Производная функции действительного аргумента»  
«Неопределенный интеграл»  
«Определенный интеграл»**

1.1. Производная функции  $f(x) = \sin 3x$  равна:

а)  $3\cos 3x$  б)  $3\sin 3x$  в)  $\cos 3x$  г)  $\frac{1}{3}\cos 3x$

1.2. Первообразной для функции  $f(x)$  на интервале  $(a; b)$  называется функция  $F(x)$ , если ...

1.  $f'(x) = F(x)$  2.  $f'(x) = F'(x)$  3.  $f(x) = F'(x)$  4.  $f(x) = F(x)$

1.3.  $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} x \operatorname{tg}^4 x dx$  равен ... 1)  $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$  2)  $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$  3) 0 4)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$

2.1. Производная функции  $f(x) = \ln 5x$  равна: а)  $\frac{1}{5x}$  б)  $\frac{5}{x}$  в)  $\frac{1}{x}$  г)  $e^{5x}$

2.2. Первообразная функция  $F(x)$  для функции  $f(x) = \cos x + 5$  равна ...

1.  $-\cos x + C$  2.  $-\sin x + C$  3.  $-\sin x + 5x + C$  4.  $\sin x + 5x + C$

2.3.  $\int_{-3}^3 e^{-x^2} \sin x dx$  равен ... 1)  $2e^{-9} \sin 3$  2) 0 3)  $e^{-9} \sin 3$  4)  $-2e^{-9} \sin 3$

3.1. Производная функции  $f(x) = e^x \cos 2x$  равна:

а)  $e^x \sin 2x$  б)  $e^x + \sin 2x$  в)  $e^x (\cos 2x + 2 \sin 2x)$  г)  $e^x (\cos 2x - 2 \sin 2x)$

3.2. Первообразная функции  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 7x}$  равна ...

1.  $\arctg x + C$  2.  $-\operatorname{arctg} 7x + C$  3.  $\frac{1}{7} \operatorname{tg} 7x + C$  4.  $\operatorname{tg} 7x + C$

3.3.  $\int_0^{\pi} \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}} dx$  равен ... 1) -2 2) 0 3)  $\frac{\pi}{2}$  4) 2

4.1. Производная функции  $f(x) = x^2 \ln x$  равна: а) 2 б)  $2x + \frac{1}{x}$  в)  $2x \ln x + x$  г)  $2xe^x$

4.2. Пусть  $F(x)$  - одна из первообразных для функции  $f(x)$ . Тогда любая первообразная  $\Phi(x)$  для функции  $f(x)$  равна:

1.  $\Phi(x) = F(x) + C$  2.  $\Phi(x) = f(x) + C$  3.  $\Phi(x) = F(x) + f(x) + C$  4.  $\Phi(x) = F(x)$

4.3.  $\int_0^{\pi} x \cos x dx$  равен ... 1) 0 2) -2 3)  $\pi - 2$  4)  $\pi$

5.1. Производная функции  $f(x) = e^{2x} \cos 3x$  равна:

а)  $e^{2x}(\cos 3x - \sin 3x)$  б)  $2e^{2x}(-3 \sin 3x)$  в)  $e^{2x}(2 \cos 3x - 3 \sin 3x)$  г)  $6e^{2x} \sin 3x$

5.2. Установите соответствие первообразной  $F(x)$  и функции  $f(x)$ :

1.  $F(x) = \arcsin x$  2.  $F(x) = \operatorname{arctg} x$  3.  $F(x) = \operatorname{tg} x + C$

4.  $F(x) = \operatorname{ctg} x + C$  5.  $F(x) = \arccos x$  6.  $F(x) = \operatorname{arcctg} x$

а)  $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  б)  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  в)  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$

г)  $f(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$  д)  $f(x) = -\frac{1}{1+x^2}$  е)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

5.3.  $\int_0^8 \frac{3x dx}{\sqrt{x+1}}$  равен ... 1) 40 2) -11 3) 0 4) -40

6.1. Производная функции  $f(x) = \operatorname{arctg} 4x$  равна:

а)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  б)  $\frac{4}{1+x^2}$  в)  $\frac{1}{1+x^2}$  г)  $\frac{4}{1+16x^2}$

6.2. Первообразная функция  $F(x)$  для функции  $f(x) = 3\sqrt{x} + 5$  равна ...

1.  $\frac{3}{2\sqrt{x}} + C$  2.  $x^{\frac{3}{2}} + C$  3.  $2x\sqrt{x} + 5x + C$  4.  $3x^{\frac{1}{2}} + 5x + C$

6.3. Несобственный интеграл  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{1+x^2}$  равен ... 1)  $-\frac{\pi}{2}$  2) 0 3)  $\frac{\pi}{2}$  4) 1

7.1. Производная функции  $f(x) = x \arcsin 2x$  равна:

а)  $\arcsin 2x + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$  б)  $\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$  в)  $\arcsin 2x + \frac{2x}{\sqrt{1-4x^2}}$  г)  $\arcsin 2x + \frac{x}{\sqrt{1-4x^2}}$

7.2. Известно, что  $F(x)$  - первообразная функции  $f(x)$ . Тогда неопределённым интегралом  $\int f(x) dx$  называется ...

- 1) первообразная  $F(x)$  2) сумма  $F(x) + f(x)$  3) совокупность всех первообразных  $F(x) + C$   
4) совокупность всех функций вида  $f(x) + C$

$C$  - произвольная постоянная

7.3. Несобственный интеграл  $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$  равен ... 1) 0 2) 1 3)  $\frac{\pi}{2}$  4) -1

8.1. Производная функции  $f(x) = x \ln x$  в точке  $x = 2$  равна: а) 0 б) 1 в) -1 г) 2

8.2.  $d \int f(x) dx$  - дифференциал неопределённого интеграла равен ...

1.  $F(x)$  2.  $f(x) dx$  3.  $F(x) dx$  4.  $f(x)$

( $F(x)$  - первообразная функции  $f(x)$ )

8.3. Несобственный интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$  равен 1)  $-\frac{\pi}{2}$  2) 0 3)  $\frac{\pi}{2}$  4) 1

9.1. Производная функции  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  в точке  $x = \frac{1}{e}$  равна: а) 1 б) 0 в)  $2e^2$  г)  $-e^{-4}$

9.2.  $F(x)$  - первообразная функции  $f(x)$ . Тогда  $\int df(x)$  равен ...

1.  $F(x)+C$  2.  $f(x)$  3.  $F(x)$  4.  $f(x)+C$

При этом  $C$  - произвольная постоянная

9.3. Несобственный интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$  равен ... 1) 0 2) 1 3)  $\frac{\pi}{2}$  4)  $-1$

10.1. Производная функции  $f(x) = \frac{x}{2x-1}$  в точке  $x=2$  равна:

- а)  $-1$  б)  $\frac{1}{16}$  в)  $-\frac{1}{16}$  г)  $\frac{1}{4}$

10.2.  $\int 0 dx$  равен ... а) 1 б) 0 в)  $x$  г)  $C$

10.3. Несобственный интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{x^p}$  расходится, если ...

- A)  $p \geq 1$  B)  $p < 1$  C)  $p < -5$  D)  $p = 0,1$

11.1.  $f(x) = x^2 - \frac{1}{2x^2}$ . Вычислить  $f'(2) - f'(-2)$ : а)  $\frac{9}{2}$  б) 8,25 в)  $-8,25$  г)  $-\frac{9}{4}$

11.2.  $\int dx$  равен ... а)  $C$  б) 0 в)  $x^2 + C$  г)  $x + C$

11.3. Несобственный интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$  расходится, если ...

- A)  $p = 10$  B)  $p \leq 1$  C)  $p > 1$  D)  $p = 1,5$

12.1.  $f(x) = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x}$ . Вычислить  $0,01 \cdot f'(0,01)$ : а) 9 б)  $-90$  в)  $-0,9$  г)  $-10$

12.2. Установите соответствие неопределённых интегралов функциям:

1.  $\int x^\alpha dx (\alpha \neq -1)$  2.  $\int \frac{dx}{x}$  3.  $\int e^x dx$  4.  $\int a^x dx$  5.  $\int \frac{dx}{x^2}$  6.  $\int e^{-x} dx$

A.  $-\frac{1}{x} + C$  Б.  $\ln|7x| + C$  В.  $e^x + C$  С.  $\frac{a^x}{\ln a} + C$  Д.  $-e^{-x} + C$  Е.  $\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$

12.3. Несобственный интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{x^p}$  сходится, если ...

- A)  $p \geq 1$  B)  $p < 1$  C)  $p > 1$  D)  $p = 1$

13.1.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ . Найти  $f'(-8)$ : а)  $\frac{1}{9}$  б)  $\frac{1}{3}$  в)  $-\frac{1}{3}$  г) 9

13.2. Установите соответствие функций  $\Phi(x) = F(x) + C$ , где  $F(x)$  - первообразная функции  $f(x)$ , а  $C$  - произвольная постоянная, неопределённым интегралам:

1.  $-\cos x + C$  2.  $\sin x + C$  3.  $\operatorname{tg} 6x + C$  4.  $-\operatorname{ctg} x + C$  5.  $\sin^2 x + C$  6.  $\cos^2 x + C$

A.  $\int \cos x dx$  Б.  $6 \int \frac{dx}{\cos^2 6x}$  В.  $\int \sin x dx$  С.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$  Д.  $-\int \sin 2x dx$  Е.  $\int \sin 2x dx$

13.3. Несобственный интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$  сходится, если ...

- A)  $p = 0$  B)  $p < 1$  C)  $p > 1$  D)  $p = 1$

14.1. Производная функции  $f(x) = \operatorname{arctg} 2x$  при  $x=1$  равна: а)  $\frac{1}{5}$  б)  $\frac{2}{5}$  в)  $\frac{1}{2}$  г) 1

14.2. Установите соответствие функций  $\Phi(x) = F(x) + C$ , где  $F(x)$  - первообразная функции  $f(x)$ , а  $C$  - произвольная постоянная, неопределённым интегралам:

1.  $\arcsin x + C$  2.  $\operatorname{arctg} x + C$  3.  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C$  4.  $\ln |x + \sqrt{x^2 \pm 1}| + C$  5.  $\arccos x + C$  6.  $\operatorname{arcctg} x + C$

1.  $\int \frac{dx}{x^2 + 1}$  2.  $\int \frac{dx}{1 - x^2}$  3.  $\int \frac{dx}{-1 - x^2}$  4.  $-\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}$  5.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm 1}}$  6.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}$

14.3. Рассмотрим два несобственных интеграла: (1)  $\int_a^b f(x)dx$  и (2)  $\int_a^b \varphi(x)dx$  (при условии, что функции  $f(x)$  и  $\varphi(x)$  - непрерывны на промежутке  $[a; b)$  и имеют бесконечный разрыв в точке  $x = b$ ). Если на промежутке  $[a; b)$  непрерывные функции  $f(x)$  и  $\varphi(x)$  удовлетворяют условию  $0 \leq f(x) \leq \varphi(x)$ , то (выберите верные утверждения)

- а) из сходимости интеграла (2) следует сходимость интеграла (1)
- б) из расходимости интеграла (2) следует расходимость интеграла (1)
- в) из расходимости интеграла (1) следует расходимость интеграла (2)
- г) из сходимости интеграла (1) следует сходимость интеграла (2)

15.1. Производная функции  $f(x) = \operatorname{arctg} 2x$  при  $x = 1$  равна:

а) 1 б)  $\frac{1}{2}$  в)  $\cos 1 - \sin 1$  г)  $\frac{1}{2} \cos 1 - \sin 1$

15.2.  $\int (3 - x^2)dx$  равен ... 1.  $3 - \frac{x^3}{3} + C$  2.  $3x - x^2 + C$  3.  $3x - \frac{x^3}{3} + C$  4.  $3x + \frac{x^3}{3} + C$

15.3. Рассмотрим два несобственных интеграла: (1)  $\int_a^{+\infty} f(x)dx$  и (2)  $\int_a^{+\infty} \varphi(x)dx$ . Если на

промежутке  $[a; +\infty)$  непрерывные функции  $f(x)$  и  $\varphi(x)$  удовлетворяют условию  $0 \leq f(x) \leq \varphi(x)$ , то (выберите верные утверждения)

- а) из сходимости интеграла (2) следует сходимость интеграла (1)
- б) из расходимости интеграла (2) следует расходимость интеграла (1)
- в) из расходимости интеграла (1) следует расходимость интеграла (2)
- г) из сходимости интеграла (1) следует сходимость интеграла (2)

16.1. Касательная к графику функции  $f(x) = 3\sqrt[3]{x^2}$ , проведенная в точке  $(x_0; y_0)$ , параллельна

прямой  $y = x$ , если  $x_0$  равно: а) 1 б) 8 в)  $\frac{1}{8}$  г)  $\frac{1}{9}$

16.2. Пусть  $F(x)$  - одна из первообразных для функции  $f(x)$ . Тогда  $\int f(ax+b)dx$  равен...

1.  $F(x) + C$  2.  $\frac{1}{a}F(x) + C$  3.  $\frac{1}{a}F(ax+b) + C$  4.  $f(ax+b) + C$

16.3.  $\int_a^b f(x)dx$ , при условии, что функция  $f(x)$  - непрерывна на промежутке  $[a; b)$  и имеет

бесконечный разрыв в точке  $x = b$ , называется

- а) неопределённым интегралом б) определённым интегралом
- в) несобственным интегралом I-го рода г) несобственным интегралом II-го рода

17.1. Касательная к графику функции  $f(x) = 4x^2 + 3x$  параллельна прямой  $y + 5x + 2 = 0$  при

$x$ , равном: а) 0 б) 1 в) -1 г)  $\frac{1}{2}$

17.2.  $\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$  равен ...

1.  $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + C$  2.  $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + C$  3.  $\frac{x^2}{2} + 2\sqrt{x} + C$  4.  $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{-\frac{1}{2}} + C$

17.3. По определению  $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow b-0} \int_a^{\varepsilon} f(x)dx$  - несобственный интеграл II-го рода, при условии, что функция  $f(x)$  - непрерывна на промежутке  $[a; b)$  и имеет бесконечный разрыв в точке  $x = b$ . Данный интеграл будет расходящимся, если предел в правой части последнего равенства ...

- а) существует и равен бесконечности б) не существует в) существует и конечен  
г) не существует или бесконечен

18.1. Касательная к графику функции  $f(x) = \sqrt{2x}$  параллельна прямой  $y = x$  при  $x$ , равном:

- а) 1 б) 0,5 в)  $\sqrt{2}$  г)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

18.2. Вычисление  $\int 2xe^{x^2} dx$  сводится к вычислению табличного интеграла следующей заменой переменной интегрирования ... 1.  $x = t$  2.  $t = \sqrt{x}$  3.  $t = x^2$  4.  $t = \frac{1}{x}$

18.3. По определению  $\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x)dx$  - несобственный интеграл I-го рода, при условии, что функция  $f(x)$  - непрерывна на промежутке  $[a; +\infty)$ . Данный интеграл будет расходящимся, если предел в правой части последнего равенства ...

- а) существует и равен бесконечности б) не существует в) существует и конечен  
г) не существует или бесконечен

19.1. Уравнением касательной к гиперболе  $xy = 4$  в точке  $x = 1$  является:

- а)  $y = -4x + 8$  б)  $y = -4x - 8$  в)  $y = \frac{1}{4}x + 2$  г)  $y = -\frac{1}{4}x - 2$

19.2.  $\int e^{2x-9} dx$  равен ...

1.  $e^{2x-9} + C$  2.  $\frac{1}{2}e^{x-9} + C$  3.  $\frac{1}{2}e^{2x-9} + C$  4.  $2e^{2x-9} + C$

19.3. По определению  $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow b-0} \int_a^{\varepsilon} f(x)dx$  - несобственный интеграл II-го рода, при условии, что функция  $f(x)$  - непрерывна на промежутке  $[a; b)$  и имеет бесконечный разрыв в точке  $x = b$ . Данный интеграл будет сходящимся, если предел в правой части последнего равенства ...

- а) существует и равен бесконечности б) не существует в) существует и конечен  
г) не существует или бесконечен

20.1. Уравнением касательной к гиперболе  $xy = 4$  в точке  $x = -4$  является:

- а)  $y = -4x + 2$  б)  $y = \frac{1}{4}x - 2$  в)  $y = \frac{1}{4}x + 2$  г)  $y = 4x - 2$

20.2. Вычисление  $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$  сводится к вычислению табличного интеграла следующей заменой переменной интегрирования...

1.  $x = t$  2.  $t = \ln^3 x$  3.  $t = \ln x$  4.  $t = \frac{1}{x}$

20.3. По определению  $\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x)dx$  - несобственный интеграл I-го рода, при условии, что функция  $f(x)$  - непрерывна на промежутке  $[a; +\infty)$ . Данный интеграл будет сходящимся, если предел в правой части последнего равенства ...

- а) существует и равен бесконечности б) не существует в) существует и конечен  
г) не существует или бесконечен

21.1. Производная функции  $f(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$  равна:

а)  $\frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2}}$  б)  $\frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}}$  в)  $\frac{1}{2 \cos^2 \frac{x}{2}}$  г)  $-\frac{1}{2 \cos^2 \frac{x}{2}}$

21.2.  $\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx$  равен ...

1.  $-\frac{1}{2 \sin^2 x} + C$  2.  $-\frac{1}{2 \cos^2 x} + C$  3.  $\frac{\sin^3 x}{3} + C$  4.  $\frac{\sin^4 x}{4} + C$

21.3. Функция  $f(x)$  - непрерывна на промежутке  $[a; +\infty)$ . Тогда  $\int_a^{+\infty} f(x) dx$  является ...

- а) неопределённым интегралом б) определённым интегралом  
в) несобственным интегралом I-го рода г) несобственным интегралом II-го рода

22.1. Производная функции  $f(x) = \operatorname{ctg} 5x$  равна:

а)  $\frac{1}{\cos^2 x}$  б)  $\frac{1}{\sin^2 5x}$  в)  $-\frac{1}{\sin^2 5x}$  г)  $-\frac{5}{\sin^2 5x}$

22.2.  $\int \frac{x dx}{x^2 + 4}$  равен ...

1.  $\sqrt{x^2 + 4} + C$  2.  $\operatorname{arctg}(x^2 + 4) + C$  3.  $\ln(x^2 + 4) + C$  4.  $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 4) + C$

22.3. Пусть кривая  $L$  заданна уравнением в полярных координатах  $r = r(\varphi)$ , где  $\varphi \in [\alpha; \beta]$ , причем  $r(\varphi)$  и  $r'(\varphi)$  - непрерывные на отрезке  $[\alpha; \beta]$  функции. Эта кривая имеет длину, равную ...

а)  $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(r'(\varphi))^2 - (r(\varphi))^2} d\varphi$  б)  $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(r(\varphi))^2 - (r'(\varphi))^2} d\varphi$  в)  $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(r(\varphi))^2 + (r'(\varphi))^2} d\varphi$

23.1. Производная функции  $f(x) = \sqrt{1 + 3x}$  равна:

а)  $(1 + 3x)^2$  б)  $\frac{1}{2\sqrt{1 + 3x}}$  в)  $\frac{3}{2\sqrt{1 + 3x}}$  г)  $-(1 + 3x)^{3/2}$

23.2. Установите соответствие неопределённых интегралов функциям:

1.  $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$  2.  $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$  3.  $\arcsin \frac{x}{a} + C$

4.  $\ln |x + \sqrt{x^2 \pm k}| + C$  5.  $\frac{1}{a} \operatorname{arcctg} \frac{x}{a} + C$  6.  $\arccos \frac{x}{a} + C$

А.  $-\int \frac{dx}{x^2 + a^2}$  Б.  $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$  В.  $-\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$  Г.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm k}}$  Д.  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2}$  Е.  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

23.3. Пусть кривая  $L$  заданна параметрически системой равенств  $\begin{cases} x = \varphi(t), \\ y = \psi(t) \end{cases}$  при  $t \in [\alpha; \beta]$ . Тогда,

если функции  $\varphi(t)$  и  $\psi(t)$  непрерывны на отрезке  $[\alpha; \beta]$  вместе со своими производными, а  $\alpha$  и  $\beta$  определяются из равенств  $\varphi(\alpha) = a$  и  $\varphi(\beta) = b$ , то длина кривой  $L$  находится по формуле:

а)  $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(\varphi'(t))^2 + (\psi'(t))^2} dt$  б)  $\int_{\alpha}^{\beta} \varphi(t) \psi(t) dt$  в)  $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(\varphi'(t))^2 - (\psi'(t))^2} dt$

24.1.  $f(x) = \frac{1 - 10^x}{1 + 10^x}$ . Найти  $f'(0)$ : а) 1 б)  $\frac{1}{2}$  в)  $\ln 10$  г)  $\frac{\ln 10}{2}$

24.2. Формула интегрирования по частям.  $\int u(x)d(v(x))$  равен ...

1.  $u(x)v(x) - \int u(x)d(v(x))$     2.  $u(x)v(x) + \int v(x)d(u(x))$     3.  $u(x)v(x) - \int v(x)d(u(x))$

24.3. Пусть кривая  $L$  заданна уравнением  $y = f(x)$ , где  $x \in [a; b]$ . Тогда если функции  $f(x)$  и  $f'(x)$  непрерывны на отрезке  $[a; b]$ , то кривая имеет длину, равную ...

а)  $\int_a^b \sqrt{1 + f^2(x)} dx$     б)  $\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)} dx$     в)  $\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$

25.1.  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ . Найти  $f'(1)$ : а) 1    б) 0,5    в) -0,5    г) -1

25.2.  $\int xe^{-x} dx$  равен ...

1.  $xe^{-x} - e^{-x} + C$     2.  $-xe^{-x} - e^{-x} + C$     3.  $-xe^{-x} + e^{-x} + C$     4.  $xe^{-x} + e^{-x} + C$

25.3. Пусть криволинейная трапеция ограничена кривой, заданной параметрически системой

равенств  $\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t) \end{cases}$  при  $t \in [\alpha; \beta]$ , прямыми  $x = a$ ,  $x = b$  и осью  $Ox$ , тогда площадь ее находится

по формуле    А)  $\left| \int_a^b y(t) \cdot x'(t) dt \right|$ ,    В)  $\left| \int_a^b x(t) \cdot y'(t) dt \right|$ ,    С)  $\left| \int_a^b y'(t) \cdot x'(t) dt \right|$ ,

где  $\alpha$  и  $\beta$  определяются из равенств  $x(\alpha) = a$  и  $x(\beta) = b$

26.1. Точкой экстремума функции  $f(x) = x^3 \cdot e^{-x}$  является:

а)  $x = 1$     б)  $x = -1$     в)  $x = 3$     г)  $x = 2$

26.2.  $\int \operatorname{arctg} x dx$  равен ...

1.  $\frac{1}{2}(\operatorname{arctg} x)^2 + C$     2.  $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$   
3.  $x \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$     4.  $\frac{1}{2}(\operatorname{arctg} x)^2 + \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$

26.3. Пусть кривая  $AB$  заданна уравнением в полярных координатах  $r = r(\varphi)$ , где  $\varphi \in [\alpha; \beta]$ , причем  $r(\varphi)$  - непрерывная на отрезке  $[\alpha; \beta]$  функция. Площадь «простой» фигуры, ограниченной кривой  $AB$  и двумя лучами, составляющими с осью  $Ox$  углы  $\alpha$  и  $\beta$  ( $\alpha < \beta$ ),

вычисляется по формуле    а)  $\frac{1}{2} \int_a^b r(\varphi) d\varphi$     б)  $\frac{1}{2} \int_a^b r^2(\varphi) d\varphi$     в)  $\int_a^b r^2(\varphi) d\varphi$

27.1. Точкой экстремума функции  $f(x) = \frac{\ln x + 2}{x}$  является:

а)  $x = 1$     б)  $x = e$     в)  $x = -e$     г)  $x = \frac{1}{e}$

27.2.  $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$  равен ...

1.  $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2} + C$     2.  $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{(x+1)^2}{2} + C$     3.  $\ln \frac{(x+1)^2}{2} + C$     4.  $\operatorname{arctg}(x+1) + C$

27.3. Площадь фигуры, ограниченной отрезками прямых  $x = a$ ,  $x = b$  и графиками непрерывных функций  $y = f_1(x)$  и  $y = f_2(x)$ , вычисляется по формуле

$$\text{а) } \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx \quad \text{б) } \int_a^b |f_2(x) + f_1(x)| dx \quad \text{в) } \int_a^b |f_2(x) - f_1(x)| dx$$

28.1. Точкой экстремума функции  $f(x) = x - \ln(1+x)$  является:

$$\text{а) } x=1 \quad \text{б) } x=0 \quad \text{в) } x=e \quad \text{г) } x=2e$$

28.2.  $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 8}$  равен ...

$$1. \arctg \frac{x-2}{2} + C \quad 2. \frac{1}{2} \arctg \frac{x-2}{2} + C \quad 3. \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C \quad 4. \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + C$$

28.3. Если функции  $u(x)$  и  $v(x)$  имеют непрерывные на отрезке  $[a; b]$  производные, то

$$\begin{aligned} \text{а) } \int_a^b u(x)v'(x)dx &= u(b)v(b) - u(a)v(a) - \int_a^b u'(x)v(x)dx \\ \text{б) } \int_a^b u(x)v'(x)dx &= u(b)v(b) + u(a)v(a) + \int_a^b u'(x)v(x)dx \\ \text{в) } \int_a^b u(x)v'(x)dx &= u(a)v(b) - u(b)v(a) - \int_a^b u'(x)v(x)dx \end{aligned}$$

29.1. Точкой экстремума функции  $f(x) = x \ln x$  является:

$$\text{а) } x=1 \quad \text{б) } x=e \quad \text{в) } x=\frac{1}{e} \quad \text{г) } x=\frac{2}{e}$$

29.2.  $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 3}$  равен ...

$$1. \frac{1}{2} \arctg \frac{x+2}{2} + C \quad 2. \arctg(x+2) + C \quad 3. \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x+3} \right| + C \quad 4. \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+3}{x+1} \right| + C$$

29.3. Пусть функция  $f(x)$  непрерывна на интервале  $[a; b]$ , а функция  $x = \varphi(t)$  непрерывна и имеет непрерывную производную на интервале  $[\alpha; \beta]$ , причем  $\varphi(t) \in [a; b]$  при всех  $t \in [\alpha; \beta]$ , тогда если  $a = \varphi(\alpha)$ ,  $b = \varphi(\beta)$ , то справедливо равенство

$$\text{а) } \int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t)dt \quad \text{б) } \int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))dt \quad \text{в) } \int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$$

30.1. Точкой экстремума функции  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - x + 3}$  является:

$$\text{а) } x=1 \quad \text{б) } x=-1 \quad \text{в) } x=\frac{1}{2} \quad \text{г) } x=-0,5$$

30.2.  $\int \frac{(x-2)dx}{x^2 - 4x + 8}$  равен ...

$$1. \ln |x^2 - 4x + 8| + C \quad 2. \frac{1}{2} \ln |x^2 - 4x + 8| + C \quad 3. \frac{1}{2} \arctg \frac{x-2}{2} + C \quad 4. \arctg \frac{x-2}{2} + C$$

30.3. Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a; b]$ , а  $\Phi(x)$  ее первообразная на этом

отрезке, то определенный интеграл  $\int_a^b f(x)dx$  равен ...

$$\text{а) } \Phi(b) + \Phi(a) \quad \text{б) } \Phi(b) - \Phi(a) \quad \text{в) } \Phi(b)\Phi(a) \quad \text{г) } \Phi(a) - \Phi(b)$$

31.1. Функция  $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + 5$  убывает на промежутке:

- а)  $(-\infty; 1)$  б)  $(2; \infty)$  в)  $(-\infty; 2)$  г)  $(1; 2)$

31.2.  $\int \frac{(2x+5)dx}{x^2-4x+5}$  равен ...

1.  $\ln|x^2-4x+5|+C$  2.  $\ln|x^2-4x+5|+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x-3}\right|+C$   
3.  $\ln|x^2-4x+5|+9\arctg(x-2)+C$  4.  $9\arctg(x-2)+C$

31.3. Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a; b]$ , то на этом отрезке существует такая  $c$ , что

- а)  $\int_a^b f(x)dx = f'(c)(b-a)$  б)  $\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$  в)  $\int_a^b f(x)dx = f(b)(c-a)$

32.1. Функция  $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + 7$  убывает на промежутке:

- а)  $(-\infty; 2)$  б)  $(1; \infty)$  в)  $(-1; 2)$  г)  $(-\infty; -2)$

32.2.  $\int \frac{(2x+3)dx}{(x-2)(x+5)}$  равен ...

1.  $\ln|x-2|-\ln|x+5|+C$  2.  $\ln|(x-2)(x+5)|+C$  3.  $\ln|x+5|-\ln|x-2|+C$  4.  $\ln\left|\frac{x-2}{x+5}\right|+C$

32.3. Известно, что функция  $y = f(x)$  является чётной. Тогда интеграл  $\int_{-a}^a f(x)dx$  равен ...

1.  $2\int_0^a f(x)dx$  2. 0 3.  $\int_0^a f(x)dx$  4.  $\int_{-a}^0 f(x)dx$

33.1. Функция  $f(x) = x^3 + 4x$  возрастает на промежутке:

- а)  $(-\infty; 0)$  б)  $(-\infty; -4)$  в)  $(-4; 0)$  г)  $(-\infty; +\infty)$

33.2.  $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$  равен ...

1.  $\frac{1}{3}\cos^3 x - \frac{1}{5}\cos^5 x + C$  2.  $-\frac{1}{3}\cos^3 x + \frac{1}{5}\cos^5 x + C$   
3.  $\frac{1}{3}\sin^3 x - \frac{1}{5}\sin^5 x + C$  4.  $-\frac{1}{3}\sin^3 x + \frac{1}{5}\sin^5 x + C$

33.3. Известно, что функция  $y = f(x)$  является нечётной. Тогда интеграл  $\int_{-a}^a f(x)dx$  равен ...

1.  $2\int_0^a f(x)dx$  2. 0 3.  $\int_0^a f(x)dx$  4.  $\int_{-a}^0 f(x)dx$

34.1. Функция  $f(x) = x + \frac{1}{1+x^2}$  возрастает на промежутке:

- а)  $(-\infty; 0)$  б)  $(0; \infty)$  в)  $(1; \infty)$  г)  $(-\infty; +\infty)$

34.2.  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$  равен ...

1.  $2(x - \ln(x+1)) + C$  2.  $2(\sqrt{x} - \ln(\sqrt{x}+1)) + C$  3.  $2(x + \ln(x+1)) + C$  4.  $2(\sqrt{x} + \ln(\sqrt{x}+1)) + C$

34.3. Интеграл  $\int_a^a f(x)dx$  равен ... 1. 0 2.  $a$  3.  $2a$  4.  $-a$

35.1. Функция  $f(x) = (2^x - 1)(2^x - 4)^2$  убывает на промежутке:

- а)  $(-\infty; 0)$  б)  $(-\infty; 1)$  в)  $(1; +\infty)$  г)  $(1; 2)$

35.2.  $\int \sin 3x \cdot \cos 5x dx$  равен ...

1.  $\frac{1}{3} \cos 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + C$  2.  $-\frac{1}{3} \cos 3x - \frac{1}{5} \sin 5x + C$   
3.  $-\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{16} \sin 8x + C$  4.  $\frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{16} \cos 8x + C$

35.3. Для  $\int_a^b f(x)dx$  установите соответствие названий и аналитических выражений:

- |                  |                               |
|------------------|-------------------------------|
| 1 пара. $a$      | подынтегральное выражение     |
| 2 пара. $b$      | подынтегральная функция       |
| 3 пара. $f(x)$   | нижний предел интегрирования  |
| 4 пара. $f(x)dx$ | верхний предел интегрирования |
| 5 пара. $[a; b]$ | переменная интегрирования     |
| 6 пара. $x$      | область интегрирования        |

#### Тема: «Функции нескольких переменных»

1. Частная производная  $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$  функции двух переменных  $z = x^4 - 4y^4$  равна

- а)  $4x^3 - 16y^3$  б)  $4x^3$  в)  $x^3$  г)  $-16x^2$

2. Частная производная  $\frac{\partial z(x, y)}{\partial y}$  функции двух переменных  $z = x^4 - 4y^4$  равна

- а)  $4x^3 - 16y^3$  б)  $x^3$  в)  $-16y^2$  г)  $-16y^3$

3. Частная производная  $\frac{\partial z(x, y)}{\partial y}$  функции двух переменных  $z = 3x^2y$  равна

- а)  $6x$  б)  $4x^2$  в)  $6xy + 3x^2$  г)  $-16y^2$

4. Частная производная  $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$  функции двух переменных  $z = 4x^4 - 4y^4$  равна

- а)  $4x^3 - 16y^3$  б)  $4x^3$  в)  $x^3$  г)  $-16x^2$

5. Частная производная  $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$  функции двух переменных  $z = 5x^4y^2$  равна

- а)  $20x^3y^2$  б)  $5y^2$  в)  $10x^3y$  г)  $5x^4$

6. Полная производная сложной функции двух переменных  $z = \cos(x - y)$  при  $x = t^2$ ,  $y = t^4$  равна

- а)  $\frac{dz}{dt} = -\sin x - 1$  б)  $\frac{dz}{dt} = -2t \sin t^2 - 4t^3$  в)  $\frac{dz}{dt} = -\sin t^2 - 4t^3$

7. Значение  $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$  функции  $z = x^4 - 4y^4$  в точке  $M(0; 1)$  равно

- а) 0 б) 1 в) 2 г) 4

8. Значение  $\frac{\partial z(x, y)}{\partial y}$  функции  $z = x^4 - 4y^4$  в точке  $M(0; 1)$  равно

- а) 0 б) 1 в) 2 г) 4

9. Значение  $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$  функции  $z = x^4 - 4y^4$  в точке  $M(2; 1)$  равно

а) 1    б) -16    в) -3    г) 4

10. Значение  $\frac{\partial z(x,y)}{\partial x}$  функции  $z = 3x^2y$  в точке  $M(1;4)$  равно

а) 3    б) 24    в) 45    г) 8

11. Значение  $\frac{\partial z(x,y)}{\partial y}$  функции  $z = 5xy^2$  в точке  $M(4;1)$  равно

а) 10    б) 20    в) 40    г) 30

12. Частная производная  $\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial x \partial y}$  функции  $z = 5xy^2$  равна

а)  $5xy$     б)  $10xy$     в)  $5y^2$     г)  $10y$

13. Частная производная  $\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial x^2}$  функции  $z = 5xy^2$  равна

а)  $5xy$     б) 0    в)  $10y$     г)  $5x$

14. Частная производная  $\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial y^2}$  функции  $z = 5xy^2$  равна

а)  $5xy$     б)  $10x$     в) 0    г)  $5y$

15. Частная производная  $\frac{\partial z(x,y)}{\partial x}$  функции двух переменных  $z = y - 3x^3 + 2$  равна

а)  $y - 3x^3 + 2$     б)  $-3x^3$     в)  $-9x^2$     г)  $-9x^2 + 2$

16. Найти  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  функции двух переменных  $z = y^2 - 3x^2 + 2xy$

а) 2    б)  $2x$     в)  $2y$

17. Найти  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  функции двух переменных  $z = y^2 - 3x^2 + 2xy$

а)  $6x$     б)  $2xy$     в) -6

18. Найти  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  функции двух переменных  $z = y^2 - 3x^2 + 2xy$

а) 2    б) 3    в)  $2yx$

19. Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  в точке  $A(1;2)$  функции двух переменных  $z = y^2 - 3x + 2xy$

а) -1    б) 2    в) 6

20. Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  в точке  $A(2;1)$  функции двух переменных  $z = y^2 - 3x + 2xy$

а) 0    б) 1    в) -1

21. Найти дифференциал функции  $z = y^2 - 3x + 2y$

а)  $dz = -3dx + (2y + 2)dy$     б)  $dz = dx + 2dy$     в)  $dz = 3dx + 2(1 + y)dy$

22. Частная производная второго порядка  $\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial x^2}$  функции двух переменных  $z = 6x^2 - 5xy$  равна

а) 6    б) 12    в)  $12 - 5xy$

23. Частная производная второго порядка  $\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial y^2}$  функции двух переменных  $z = 2xy - 5y^2$  равна

а)  $2xy$     б)  $5y^2$     в) -10

24. Частная производная второго порядка  $\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial x \partial y}$  функции двух переменных  $z = 5x^4y^2$  равна

а)  $40x^3y$     б)  $5y^2$     в)  $10x^3y$

25. Частная производная второго порядка  $\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial x \partial y}$  функции двух переменных  $z = 2xy - 5y^2$  равна

- а)  $2x - 5y$     б) 2    в) -5
26. Дифференциал функции двух переменных  $z = 3x + 2y$  имеет вид  
а)  $dz = 3dx$     б)  $dz = 3dx + 2dy$     в)  $dz = dx + dy$
27. Предел функции двух переменных  $z = x^2 - y^2 + 2$  при  $x \rightarrow 2, y \rightarrow 2$  равен  
а) 2    б) 3    в) 1
28. Предел функции двух переменных  $z = x^2 + 2y^2 + 1$  при  $x \rightarrow 0, y \rightarrow 1$  равен  
а) 1    б) 3    в) 2
29. Дифференциал функции  $z = 2xy^2$  в точке  $A(1; 2)$  равен  
а)  $dz(A) = 8(dx + dy)^2$     б)  $dz(A) = 8dx + 4dy$     в)  $dz(A) = 4dx + 8dy$
30. Дифференциал функции  $z = 2xy^2$  равен  
а)  $dz = 2y^2dx + 4xydy$     б)  $dz = xy^2dx + ydy$     в)  $dz = 2xydx + 4xydy$
31. Значение функции двух переменных  $z = 3x - 2y + 6$  в точке  $A(1; 2)$  равно  
а) 0    б) 2    в) 5    г) 1
32. Полная производная сложной функции двух переменных  $z = x + \sin y$  при  $x = \sin t, y = t^3$  равна  
а)  $\frac{dz}{dt} = \cos t + 3t^2 \cos t^3$     б)  $\frac{dz}{dt} = \sin t + t^2 \cos t^3$     в)  $\frac{dz}{dt} = \cos t + t \cos t^3$
33. Частная производная  $\frac{\partial z(x, y)}{\partial y}$  функции двух переменных  $z = y^3 - 3x + 6$  равна  
а)  $y^3 - 3x$     б)  $3y^2$     в)  $3y^2 - 3$
34. Непрерывными функциями двух переменных в области  $x^2 + y^2 \leq 1$  являются  
а)  $z = x^3 + y^3$     б)  $z = 4 \ln(xy)$     в)  $z = 2 \cos x - 3 \sin y$     г)  $z = \frac{5}{x^2 + y^2}$
35. Непрерывными функциями двух переменных в области  $x^2 + y^2 \leq 1$  являются  
а)  $z = y - 3x^3$     б)  $z = \cos x + \sin y$     в)  $z = \frac{3}{x^2 + y^2}$     г)  $z = e^{\frac{1}{xy}}$

**Тема: «Дифференциальные уравнения первого порядка»**

1. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является ...

|   |                                       |  |
|---|---------------------------------------|--|
| 1 | $x^3 dx + \ln y dy = 0$               |  |
| 2 | $\cos x dx - \sin 2y dy = 0$          |  |
| 3 | $2^x dx - \operatorname{tg} y dy = 0$ |  |
| 4 | $x\sqrt{y} dx - (1 - x^2)y dy = 0$    |  |

2. Требуется найти решение задачи Коши в задании ...

|   |                                       |  |
|---|---------------------------------------|--|
| 1 | $x^2 y' = 2xy + 3$                    |  |
| 2 | $y' = \frac{4y}{x} + x\sqrt{y}$       |  |
| 3 | $y' = \frac{y}{x} + \cos \frac{y}{x}$ |  |
| 4 | $y' = 2^{x-y}; y(-3) = 5$             |  |

3. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка решается при помощи подстановки ...

|   |              |  |
|---|--------------|--|
| 1 | $y' = p(x)$  |  |
| 2 | $y'' = p(y)$ |  |

|   |                |  |
|---|----------------|--|
| 3 | $y = tx$       |  |
| 4 | $y = u(x)v(x)$ |  |

4. Линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка является ...

|   |                              |  |
|---|------------------------------|--|
| 1 | $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$   |  |
| 2 | $y' + \frac{y}{x} = x^2 y^4$ |  |
| 3 | $(x^2 + y^2)dx - xydy = 0$   |  |
| 4 | $x^2 y' - 2xy - 3 = 0$       |  |

5. Линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка является ...

|   |                                                 |  |
|---|-------------------------------------------------|--|
| 1 | $(x^2 + y^2)dx - xydy = 0$                      |  |
| 2 | $xy' = 2(y - \sqrt{xy})$                        |  |
| 3 | $xy' \sin \frac{y}{x} + x = y \sin \frac{y}{x}$ |  |
| 4 | $y' + \frac{xy}{1-x^2} = \arcsin x + x$         |  |

6. Линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка является ...

|   |                                                  |  |
|---|--------------------------------------------------|--|
| 1 | $y' \operatorname{tg} x - y = 0$                 |  |
| 2 | $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x$ |  |
| 3 | $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$                     |  |
| 4 | $y' + 2yx = 4x^2$                                |  |

7. Линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка является ...

|   |                           |  |
|---|---------------------------|--|
| 1 | $xy' = y \ln \frac{y}{x}$ |  |
| 2 | $x\sqrt{y}dx = y^3 dy$    |  |
| 3 | $(x^2 - y^2)y' = 2xy$     |  |
| 4 | $xy' - y = x \cos x$      |  |

8. Общий вид линейного неоднородного дифференциального уравнения первого порядка ...

|   |                        |  |
|---|------------------------|--|
| 1 | $y' + p(x)y = q(x)$    |  |
| 2 | $P(x)dx + Q(y)dy = 0$  |  |
| 3 | $ay'' + by' + c = 0$   |  |
| 4 | $y' + p(x)y = q(x)y^m$ |  |

9. Уравнение Бернулли в общем виде ...

|   |                                       |  |
|---|---------------------------------------|--|
| 1 | $P(x)dx + Q(y)dy = 0$                 |  |
| 2 | $y' + p(x)y = q(x)$                   |  |
| 3 | $y' + p(x)y = q(x)y^m$                |  |
| 4 | $P_1(x)Q_1(x)dx + P_2(x)Q_2(y)dy = 0$ |  |

10. Однородное дифференциальное уравнение первого порядка решается при помощи подстановки ...

|   |                |  |
|---|----------------|--|
| 1 | $y' = p(x)$    |  |
| 2 | $y'' = p(y)$   |  |
| 3 | $y = tx$       |  |
| 4 | $y = u(x)v(x)$ |  |

11. Однородным дифференциальным уравнением первого порядка является уравнение ...

|   |                                                 |  |
|---|-------------------------------------------------|--|
| 1 | $y'' y = 3$                                     |  |
| 2 | $y dx - (x + y^2) dy = 0$                       |  |
| 3 | $y' \cos x = \frac{y}{\ln y}$                   |  |
| 4 | $xy' \sin \frac{y}{x} + x = y \sin \frac{y}{x}$ |  |

12. Однородным дифференциальным уравнением первого порядка является ...

|   |                        |  |
|---|------------------------|--|
| 1 | $y' = 10^{x+y}$        |  |
| 2 | $y' + 2xy = xe^{-x^2}$ |  |
| 3 | $y' + 2y = 4x$         |  |
| 4 | $y' = \frac{x+y}{x-y}$ |  |

13. Решить задачу Коши требуется в ...

|   |                                         |  |
|---|-----------------------------------------|--|
| 1 | $y' = \frac{y}{x} + \cos \frac{y}{x}$   |  |
| 2 | $y' \cos^2 x + y = \operatorname{tg} x$ |  |
| 3 | $xyy' = y^2 + 2x^2$                     |  |
| 4 | $\frac{yy'}{x} + e^y = 0; y(1) = 0$     |  |

14. Уравнением Бернулли является ...

|   |                            |  |
|---|----------------------------|--|
| 1 | $y' + \frac{y}{x} = -xy^2$ |  |
| 2 | $y' = 5^{x-y}$             |  |
| 3 | $(x^2 - y^2)y' = 2xy$      |  |
| 4 | $xy' = y \ln \frac{y}{x}$  |  |

15. Уравнением Бернулли является уравнение ...

|   |                             |  |
|---|-----------------------------|--|
| 1 | $x^2 y' - 5xy + 2 = 0$      |  |
| 2 | $xy' + 5y - 3x^2 = 0$       |  |
| 3 | $xy' + y = y^2 \ln x$       |  |
| 4 | $x^2 dy + (3 - 2xy) dx = 0$ |  |

16. Уравнением Бернулли является уравнение ...

|   |                                    |  |
|---|------------------------------------|--|
| 1 | $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$  |  |
| 2 | $y' = \frac{4}{x}y + x\sqrt{y}$    |  |
| 3 | $y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x$ |  |
| 4 | $xyy' = 1 - x^2$                   |  |

17. Частное решение дифференциального уравнения следует искать в задании ...

|   |                                                     |  |
|---|-----------------------------------------------------|--|
| 1 | $y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x$                  |  |
| 2 | $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$                   |  |
| 3 | $y' + \frac{y}{x+1} = -y^2; y(0) = \frac{1}{\ln 2}$ |  |
| 4 | $xy' + y = y^2 \ln x$                               |  |

18. Однородным дифференциальным уравнением первого порядка является уравнение ...

|   |                                                   |  |
|---|---------------------------------------------------|--|
| 1 | $x^2(2y - 1) = (x^3 + 1)y'$                       |  |
| 2 | $y' \sqrt{x} = \cos \sqrt{x} - y^2 \cos \sqrt{x}$ |  |
| 3 | $x^2 y' = 2xy + 3$                                |  |
| 4 | $y' = \frac{y}{x} + \cos \frac{y}{x}$             |  |

19. Общий вид дифференциального уравнения с разделенными переменными ...

|   |                                       |  |
|---|---------------------------------------|--|
| 1 | $P(x)dx + Q(y)dy = 0$                 |  |
| 2 | $y' + p(x)y = q(x)y^m$                |  |
| 3 | $P_1(x)Q_1(x)dx + P_2(x)Q_2(y)dy = 0$ |  |
| 4 | $y' + p(x)y = q(x)$                   |  |

20. Общий вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными ...

|   |                                       |  |
|---|---------------------------------------|--|
| 1 | $y' + p(x)y = q(x)y^m$                |  |
| 2 | $P_1(x)Q_1(x)dx + P_2(x)Q_2(y)dy = 0$ |  |
| 3 | $y' + p(x)y = q(x)$                   |  |
| 4 | $P(x)dx + Q(y)dy = 0$                 |  |

21. Дифференциальным уравнением с разделенными переменными является уравнение ...

|   |                                                                           |  |
|---|---------------------------------------------------------------------------|--|
| 1 | $\frac{(1-y)^2}{y\sqrt{y}} dy = \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x} dx$ |  |
| 2 | $xydx - \frac{dy}{\sqrt{y}} = 0$                                          |  |
| 3 | $y'' + 4y' + 3y = 0$                                                      |  |
| 4 | $xy' = 2y + 2x^3$                                                         |  |

22. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является уравнение ...

|   |                                           |  |
|---|-------------------------------------------|--|
| 1 | $y' = \frac{4y}{x} + x\sqrt{y}$           |  |
| 2 | $(x^2 - y^2)y' = 2xy$                     |  |
| 3 | $\frac{dx}{x} - \frac{2dy}{\sqrt{y}} = 0$ |  |
| 4 | $y' \cos x = (y+1) \sin x$                |  |

23. Общим решением уравнения  $(1+x^2)dy + ydx = 0$  является ...

|   |                                                     |  |
|---|-----------------------------------------------------|--|
| 1 | $\ln  y  = -\operatorname{arctg} x + C$             |  |
| 2 | $y = e^{\operatorname{arctg} x}$                    |  |
| 3 | $\ln  y  = 1 - \operatorname{arctg} x$              |  |
| 4 | $\ln  y  = -\operatorname{arctg} x + \frac{\pi}{4}$ |  |

24. Общим решением уравнения  $\sin x \sin y dy = \cos x \cos y dx$  является

|   |                              |  |
|---|------------------------------|--|
| 1 | $\ln(C \sin y) = \ln \cos x$ |  |
| 2 | $\ln(C \sin x) = \ln \cos y$ |  |
| 3 | $C \sin x \cos y = 1$        |  |
| 4 | $\sin x \cos y = C$          |  |

25. Общим решением уравнения  $y' + \frac{y}{x} = x$  является ...

|   |                                   |  |
|---|-----------------------------------|--|
| 1 | $y = \frac{x^3}{C} + \frac{3}{x}$ |  |
| 2 | $y = \frac{x^2}{3} + \frac{x}{C}$ |  |
| 3 | $y = \frac{x^2}{3} + \frac{C}{x}$ |  |
| 4 | $y = \frac{x^3}{3} + \frac{C}{x}$ |  |

26. Решением дифференциального уравнения  $\cos x dx = -dy$  является ...

|   |                        |  |
|---|------------------------|--|
| 1 | $y = C - \sin x$       |  |
| 2 | $\sin x + y^2 = C$     |  |
| 3 | $y = \frac{C}{\sin x}$ |  |
| 4 | $y = C + \sin x$       |  |

27. Общим решением дифференциального уравнения  $y' = \frac{y}{x} + x^2$  является ...

|   |                            |  |
|---|----------------------------|--|
| 1 | $y = x(C - \frac{x^2}{2})$ |  |
| 2 | $y = 2x(1 + x^2)$          |  |
| 3 | $y = 2x(C + x^2)$          |  |

|   |                            |  |
|---|----------------------------|--|
| 4 | $y = x(C + \frac{x^2}{2})$ |  |
|---|----------------------------|--|

28. Общим решением дифференциального уравнения  $xy' = 2y + 2x^4$  является ...

|   |                         |  |
|---|-------------------------|--|
| 1 | $x^4 + Cx^2$            |  |
| 2 | $x^3 + Cx$              |  |
| 3 | $\frac{1}{2}x^4 + Cx^2$ |  |
| 4 | $2x^4 + Cx^2$           |  |

29. Общим решением дифференциального уравнения  $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$  является ...

|   |                          |  |
|---|--------------------------|--|
| 1 | $y = x^2 \ln  Cx $       |  |
| 2 | $y^2 = 2x^2 + C \ln  x $ |  |
| 3 | $y = x^2 + \ln  Cx $     |  |
| 4 | $y^2 = 2x^2 \ln  Cx $    |  |

30. Общим решением дифференциального уравнения  $y' - \frac{y}{x} = x^2$  является ...

|   |                          |  |
|---|--------------------------|--|
| 1 | $x^3 - Cx$               |  |
| 2 | $y = \frac{x^3}{2} + Cx$ |  |
| 3 | $x^3 + Cx$               |  |
| 4 | $y = \frac{x^3}{3} + Cx$ |  |

31. Общим решением дифференциального уравнения  $\sin y dy - \frac{dx}{x} = 0$  является ...

|   |                               |  |
|---|-------------------------------|--|
| 1 | $\ln  x  - \cos y = C$        |  |
| 2 | $-\frac{1}{x^2} + \cos y = C$ |  |
| 3 | $\ln  x  + \cos y = C$        |  |
| 4 | $\frac{1}{x^2} + \cos y = C$  |  |

32. Общим решением дифференциального уравнения  $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$  является ...

|   |                                   |  |
|---|-----------------------------------|--|
| 1 | $e^{\frac{x}{y}} + \ln  Cx  = 0$  |  |
| 2 | $e^{-\frac{x}{y}} - \ln  Cx  = 0$ |  |
| 3 | $e^{\frac{y}{x}} + \ln  Cx  = 0$  |  |
| 4 | $e^{-\frac{y}{x}} + \ln  Cx  = 0$ |  |

33. Общим решением дифференциального уравнения  $y' = \cos^2 \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$  является ...

|   |                                             |  |
|---|---------------------------------------------|--|
| 1 | $\operatorname{tg} \frac{x}{y} = \ln  Cx $  |  |
| 2 | $\operatorname{tg} \frac{x}{y} = C \ln  x $ |  |
| 3 | $\operatorname{tg} \frac{y}{x} = \ln  Cx $  |  |
| 4 | $C \operatorname{tg} \frac{y}{x} = \ln  x $ |  |

34. Общим решением обыкновенного дифференциального уравнения  $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$  является ...

|   |                             |  |
|---|-----------------------------|--|
| 1 | $1 + y^2 = C(1 - x^2)$      |  |
| 2 | $1 + y^2 = C\sqrt{1 - x^2}$ |  |
| 3 | $(1 + y^2)(1 - x^2) = C$    |  |
| 4 | $\sqrt{1 + y} = C(1 - x^2)$ |  |

35. Частным решением дифференциального уравнения  $xy' - y = xe^{\frac{y}{x}}$  при начальном условии  $y(1) = 0$  является ...

|   |                                  |  |
|---|----------------------------------|--|
| 1 | $\ln  x  + e^{-\frac{y}{x}} = C$ |  |
| 2 | $\ln  y  + e^{-\frac{y}{x}} = 2$ |  |
| 3 | $\ln  x  = 2 - e^{-\frac{y}{x}}$ |  |
| 4 | $\ln  x  + e^{-\frac{y}{x}} = 1$ |  |

36. Общим решением дифференциального уравнения  $y' - \frac{y}{x-1} = \frac{y^2}{x-1}$  является ...

|   |                        |  |
|---|------------------------|--|
| 1 | $y = \frac{x-1}{C-x}$  |  |
| 2 | $y = \frac{Cx}{1-x}$   |  |
| 3 | $y = \frac{Cx-1}{1-x}$ |  |
| 4 | $y = \frac{Cx+1}{1-x}$ |  |

#### Тема: «Дифференциальные уравнения высших порядков»

1. 1. Частным решением обыкновенного дифференциального уравнения  $y''(x) = 0$  является функция

а)  $x^2 - 2$     б)  $x^3 + 1$     в)  $x^4$     г)  $x - 2$

1. 2. Частное решение дифференциального уравнения  $y'' - 2y' - 3y = \cos x$  ищут в виде:

а)  $y(x) = A \cos x$

б)  $y(x) = Ax \cos x$

в)  $y(x) = A \cos x + B \sin x$

г)  $y(x) = x(A \cos x + B \sin x)$

2. 1. Частным решением обыкновенного дифференциального уравнения  $y''(x) + \cos x = 0$  является функция

- а)  $\cos x$       б)  $\sin x$       в)  $\sin x + \cos x$

2. 2. Частное решение дифференциального уравнения  $y'' + 4y' = 2x + 1$  ищут в виде:

- а)  $y(x) = Ax + B$       б)  $y(x) = Ax^2 + B$   
в)  $y(x) = Ax^2 + Bx + C$       г)  $y(x) = x(Ax + B)$

3. 1. Частным решением обыкновенного дифференциального уравнения  $y''(x) - y(x) = 0$  является функция

- а)  $e^{2x}$       б)  $e^{-x}$       в)  $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$

3. 2. Частное решение неоднородного уравнения  $y'' - 2y' + y = e^{2x}$  ищут в виде:

- а)  $y(x) = Axe^{2x}$       б)  $y(x) = (Ax + B)e^{2x}$   
в)  $y(x) = Ae^{2x}$       г)  $y(x) = A\cos 2x + B\sin 2x$

4. 1. Какая из следующих функций не является частным решением дифференциального уравнения  $y''(x) + y(x) = 0$

- а)  $2(\sin x + 1) + \cos x$       б)  $\sin x + 3\cos x$       в)  $\cos x$

4. 2. Частное решение дифференциального уравнения  $y'' - 4y' + 3y = e^{3x}$  ищут в виде:

- а)  $y(x) = Ae^{3x}$       б)  $y(x) = Axe^{3x}$   
в)  $y(x) = A\cos 3x + B\sin 3x$       г)  $y(x) = (Ax + B)e^{3x}$

5. 1. Какая из следующих функций не является частным решением дифференциального уравнения  $y''(x) - y(x) = 0$

- а)  $-e^x + e^{-x} \cdot 2$       б)  $e^x$       в)  $e^{-x} + e^{2x}$

5. 2. Частное решение неоднородного уравнения  $y'' - 5y' + 6y = 13\sin 3x$  ищут в виде:

- а)  $y(x) = A\sin 3x$       б)  $y(x) = A\sin 3x + B\cos 3x$   
в)  $y(x) = Ax\sin 3x$       г)  $y(x) = x(A\sin 3x + B\cos 3x)$

6. 1. Общее решение обыкновенного дифференциального уравнения  $y''(x) - y(x) = 0$  записывается в виде

- а)  $e^x + c$       б)  $ce^x$       в)  $C_1e^x + C_2e^{-x}$

6. 2. Частное решение неоднородного уравнения  $y'' - 4y = 8x^2$  ищут в виде:

- а)  $y(x) = Ax^2 + Bx + C$       б)  $y(x) = x(Ax^2 + Bx + C)$   
в)  $y(x) = Ax^2$       г)  $y(x) = Ax^2 + B$

7. 1. Общее решение обыкновенного дифференциального уравнения  $y''(x) = 0$  записывается в виде

- а)  $x + C_1 + C_2$       б)  $C_1x + C_2x$       в)  $C_1x + C_2$

7. 2. Если функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  являются частными решениями дифференциального уравнения  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = F(x)$ , то функция  $y_1(x) + y_2(x)$  будет решением дифференциального уравнения

- а)  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$       б)  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = F(x)$   
в)  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 2F(x)$

8. 1. Общее решение обыкновенного дифференциального уравнения  $y''(x) + y(x) = 0$  записывается в виде

- а)  $\sin x + \cos x + c_1 + c_2$       б)  $c_1 \sin x + \cos x + c_2$       в)  $\sin x - c_1 \cos x + c_2$   
г)  $c_1 \sin x + c_2 \cos x$

8. 2. Решением дифференциального уравнения  $y'' + 4y = 0$  является:

- а)  $y = \tilde{N}_1 e^{2x} + \tilde{N}_2 e^{-2x}$       б)  $y = \tilde{N}_1 e^{4x} + \tilde{N}_2$   
в)  $y = \tilde{N}_1 \cos 2x + \tilde{N}_2 \sin 2x$       г)  $y = e^{2x} (\tilde{N}_1 \cos x + \tilde{N}_2 \sin x)$

9. 1. Общее решение обыкновенного дифференциального уравнения  $y''(x) - y(x) = 0$  записывается в виде

- а)  $c_1 e^{-x} + c_2 e^x$       б)  $e^{-x} + e^x (c_1 x + c_2)$       в)  $(c_1 x + 1) e^{-x} + e^x + c_2$

9. 2. Если функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  являются частными решениями дифференциального уравнения  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = F(x)$ , то функция  $y_1(x) - y_2(x)$  будет решением дифференциального уравнения

- а)  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$       б)  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = F(x)$   
в)  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 2F(x)$

10. 1. Для того, чтобы записать задачу Коши для дифференциального уравнения  $y''(x) = f(x, y(x), y'(x))$  нужно задать:

- а) одно дополнительное условие      б) два дополнительных условия  
в) три дополнительных условия

10. 2. Если функция  $y_1(x)$  является частным решением дифференциального уравнения  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$ , а функция  $y_2(x)$  является частным решением дифференциального уравнения  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = F(x)$ , то функция  $y_1(x) + y_2(x)$  будет решением дифференциального уравнения

- а)  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$       б)  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = F(x)$   
в)  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 2F(x)$

11. 1. Для того, чтобы записать задачу Коши для дифференциального уравнения  $y'''(x) = f(x, y(x), y'(x), y''(x))$  нужно задать:

- а) одно дополнительное условие      б) два дополнительных условия  
в) три дополнительных условия

11. 2. Общим решением дифференциального уравнения  $y'' - 6y' + 9y = 0$  является:

- а)  $y = \tilde{N}_1 + \tilde{N}_2 e^{3x}$       б)  $y = \tilde{N}_1 \cos 3x + \tilde{N}_2 \sin 3x$   
в)  $y = (\tilde{N}_1 + \tilde{N}_2 x) e^{3x}$       г)  $y = x (\tilde{N}_1 \cos 3x + \tilde{N}_2 \sin 3x)$

12. 1. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка выглядит так:

- а)  $\begin{cases} y''(x) = f(x, y(x), y'(x)), \\ y(0) = y_0, y'(0) = y_1 \end{cases}$       б)  $\begin{cases} y''(x) = f(x, y(x), y'(x)), \\ y'(0) = y_1 \end{cases}$   
в)  $\begin{cases} y''(x) = f(x, y(x), y'(x)), \\ y(0) + y'(0) = y_0 + y_1 \end{cases}$

12. 2. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 2y' + 5y = 0$  имеет вид:

- а)  $y = \tilde{N}_1 e^{-x} + \tilde{N}_2 e^x$       б)  $y = e^{-x} (\tilde{N}_1 \cos 2x + \tilde{N}_2 \sin 2x)$   
в)  $y = e^{-2x} (\tilde{N}_1 \cos x + \tilde{N}_2 \sin x)$       г)  $y = e^{2x} (\tilde{N}_1 \cos x + \tilde{N}_2 \sin x)$

13. 1. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения третьего порядка выглядит так:

$$\begin{aligned} \text{а) } \begin{cases} y'''(x) = f(x, y(x), y'(x), y''(x)), \\ y'(0) = y_1, y''(0) = y_2, y'''(0) = y_3 \end{cases} & \quad \text{б) } \begin{cases} y'''(x) = f(x, y(x), y'(x), y''(x)), \\ y(0) = y_0, y'(0) = y_1, y''(0) = y_2 \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} y'''(x) = f(x, y(x), y'(x), y''(x)), \\ y(0) = y_0, y''(0) = y_2, y'''(0) = y_3 \end{cases} \end{aligned}$$

13. 2. Если функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  являются частными линейно независимыми решениями дифференциального уравнения  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$ , а функция  $y_3(x)$  является частным решением дифференциального уравнения  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = F(x)$ , то общее решение последнего дифференциального уравнения можно записать в виде

$$\begin{aligned} \text{а) } c_1 y_1(x) + y_2(x) + c_2 y_3(x) & \quad \text{б) } y_1(x) + c_1 y_2(x) + c_2 y_3(x) \\ \text{в) } c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) + y_3(x) \end{aligned}$$

14. 1. Решением задачи Коши  $\begin{cases} y''(x) = y(x), \\ y(0) = 1, y'(0) = -1 \end{cases}$  будет функция

$$\text{а) } e^x \quad \text{б) } e^{-x} \quad \text{в) } e^x + e^{-x}$$

14. 2. Для дифференциального уравнения  $y''(x) = 0$  характеристическим уравнением является уравнение

$$\text{а) } \lambda^2 - 2 = 0 \quad \text{б) } \lambda^2 = 0 \quad \text{в) } \lambda^2 + 2 = 0$$

15. 1. Решением задачи Коши  $\begin{cases} y''(x) = y(x), \\ y(0) = 1, y'(0) = 1 \end{cases}$  будет функция

$$\text{а) } e^x \quad \text{б) } e^{-x} \quad \text{в) } e^x + e^{-x}$$

15. 2. Для дифференциального уравнения  $y''(x) - 2y(x) = 0$  характеристическим уравнением является уравнение

$$\text{а) } \lambda^2 - 2 = 0 \quad \text{б) } \lambda^2 = 0 \quad \text{в) } \lambda^2 + 2 = 0$$

16. 1. Решением задачи Коши  $\begin{cases} y''(x) = -y(x), \\ y(0) = 1, y'(0) = 0 \end{cases}$  будет функция

$$\text{а) } \sin x \quad \text{б) } \cos x \quad \text{в) } \sin x + \cos x$$

16. 2. Для дифференциального уравнения  $y''(x) + 2y(x) = 0$  характеристическим уравнением является уравнение

$$\text{а) } \lambda^2 - 2 = 0 \quad \text{б) } \lambda^2 = 0 \quad \text{в) } \lambda^2 + 2 = 0$$

17. 1. Решением задачи Коши  $\begin{cases} y''(x) = -y(x), \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$  будет функция

$$\text{а) } \sin x \quad \text{б) } \cos x \quad \text{в) } \sin x + \cos x$$

17. 2. Если характеристическое уравнение  $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$  имеет два различных вещественных корня  $-\lambda_1$  и  $-\lambda_2$ , то общее решение дифференциального уравнения  $y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$  можно записать в виде

$$\text{а) } c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x} \quad \text{б) } (c_1 + c_2 x) e^{\lambda_1 x} \quad \text{в) } c_1 \cos(\lambda_1 x) + c_2 \sin(\lambda_2 x)$$

18. 1. Решением задачи Коши  $\begin{cases} y''(x) = x, \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$  будет функция

$$\text{а) } \frac{x^3}{3} \quad \text{б) } \frac{x^3}{6} + x \quad \text{в) } \frac{x^3}{4} + x + 1$$

18. 2. Если характеристическое уравнение  $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$  имеет два одинаковых вещественных корня  $-\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , то общее решение дифференциального уравнения  $y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$  можно записать в виде

$$\text{а) } c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x} \quad \text{б) } (c_1 + c_2 x) e^{\lambda_1 x} \quad \text{в) } c_1 \cos(\lambda_1 x) + c_2 \sin(\lambda_2 x)$$

19. 1. Решением задачи Коши  $\begin{cases} y''(x) = -\cos x, \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$  будет функция

$$\text{а) } \sin x + x + 1 \quad \text{б) } -\cos x + x^2 - 1 \quad \text{в) } \cos x + x - 1$$

19. 2. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 3y' + 2y = 0$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \text{а) } y &= e^x (\tilde{N}_1 \cos 2x + \tilde{N}_2 \sin 2x) & \text{б) } y &= \tilde{N}_1 e^x + \tilde{N}_2 x e^x \\ \text{в) } y &= \tilde{N}_1 e^x + \tilde{N}_2 e^{2x} & \text{г) } y &= e^{2x} (\tilde{N}_1 \cos x + \tilde{N}_2 \sin x) \end{aligned}$$

20. 1. Решением задачи Коши  $\begin{cases} y''(x) - y'(x) = -1, \\ y(0) = 2, y'(0) = 2 \end{cases}$  будет функция

$$\text{а) } 2e^x + 1 \quad \text{б) } e^x + x + 1 \quad \text{в) } e^{2x} - x$$

20. 2. Для дифференциального уравнения  $y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 0$  характеристическим уравнением является уравнение

$$\text{а) } \lambda^2 + \lambda - 2 = 0 \quad \text{б) } \lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0 \quad \text{в) } \lambda^2 - 4\lambda + 13 = 0$$

21. 1. Общим решением дифференциального уравнения  $y'' = x + 1$  является функция

$$\text{а) } \frac{x^3}{6} + c_1 x^2 + c_2 x \quad \text{б) } \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} + (c_1 + c_2)x \quad \text{в) } \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{6} + c_1 x + c_2 \quad \text{г) } \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2$$

21. 2. Для дифференциального уравнения  $y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 0$  характеристическим уравнением является уравнение

$$\text{а) } \lambda^2 + \lambda - 2 = 0 \quad \text{б) } \lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0 \quad \text{в) } \lambda^2 - 4\lambda + 13 = 0$$

22. 1. Общим решением дифференциального уравнения  $y''(x) = e^x$  является функция

$$\text{а) } e^x + c_1 x + c_2 \quad \text{б) } c_1 e^x + c_2 \quad \text{в) } e^x + c_1 x^2 + c_2 x$$

22. 2. Общее решение дифференциального уравнения  $2y''(x) - 5y'(x) + 2y(x) = 0$  можно записать в виде

$$\text{а) } c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x \quad \text{б) } (c_1 + c_2 x) e^{\frac{x}{2}} \quad \text{в) } c_1 e^{\frac{x}{2}} + c_2 e^{2x}$$

23. 1. Общим решением дифференциального уравнения  $y''(x) = \frac{y'(x)}{x} + x^2$  является функция

$$\text{а) } x^4 + c_1 x + c_2 \quad \text{б) } \frac{x^4}{8} + c_1 x^2 + c_2 \quad \text{в) } x^3 + c_1 x^2 + c_2 x$$

23. 2. Для дифференциального уравнения  $y''(x) - 4y'(x) + 13y(x) = 0$  характеристическим уравнением является уравнение

$$\text{а) } \lambda^2 + \lambda - 2 = 0 \quad \text{б) } \lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0 \quad \text{в) } \lambda^2 - 4\lambda + 13 = 0$$

24. 1. Общим решением дифференциального уравнения  $y''(x) = \sin 2x$  является функция

$$\text{а) } \frac{-\sin 2x}{4} + c_1 x + c_2 \quad \text{б) } \frac{-\cos 2x}{4} + c_1 x + c_2 \quad \text{в) } c_1 \sin 2x + c_2 \cos 2x$$

24. 2. Функция  $y^* = c_1(x)y_1(x) + c_2(x)y_2(x)$  будет частным решением уравнения  $y'' + \alpha_1(x)y' + \alpha_2(x)y = f(x)$ , если функции  $c_1(x)$  и  $c_2(x)$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} c_1'(x)y_1(x) + c_2'(x)y_2(x) = f(x), \\ c_1'(x)y_1'(x) + c_2'(x)y_2'(x) = 0 \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} c_1'(x)y_1(x) + c_2'(x)y_2(x) = 0, \\ c_1'(x)y_1'(x) + c_2'(x)y_2'(x) = f(x) \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} c_1'(x)y_1(x) + c_2'(x)y_2(x) = 0, \\ c_1'(x)y_1(x) + c_2'(x)y_2(x) = f(x) \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} c_1'(x)y_1'(x) + c_2'(x)y_2'(x) = 0, \\ c_1'(x)y_1(x) + c_2'(x)y_2(x) = f(x) \end{cases} \end{array}$$

25. 1. Общим решением дифференциального уравнения  $y''(x) = \cos 2x$  является функция

$$\text{а) } \frac{-\sin 2x}{4} + c_1x + c_2 \quad \text{б) } \frac{-\cos 2x}{4} + c_1x + c_2 \quad \text{в) } c_1 \sin 2x + c_2 \cos 2x$$

25. 2. ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами имеет вид  $y'' + py' + qy = P_n(x)e^{\alpha x}$ , где  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $P_n(x)$  - многочлен степени  $n$ . В этом случае частное решение уравнения ищем в виде

$$\text{а) } y^* = x^r \cdot Q_n(x) \cdot e^{\alpha x} \quad \text{б) } y^* = x^\alpha \cdot Q_n(x) \cdot e^{\alpha x} \quad \text{в) } y^* = x^r \cdot P_n(x) \cdot e^{\alpha x}$$

26. 1. Если функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  являются частными решениями дифференциального уравнения  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$ , то функция  $2y_1(x) + 3y_2(x)$  будет решением дифференциального уравнения

$$\text{а) } y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0 \quad \text{б) } y''(x) + p(x)y'(x) = 0 \quad \text{в) } y''(x) + q(x)y(x) = 0$$

26. 2. Общее решение дифференциального уравнения  $y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 0$  можно записать в виде

$$\text{а) } c_1 e^x + c_2 e^{-2x} \quad \text{б) } (c_1 + c_2 x) e^x \quad \text{в) } e^{2x} (c_1 \cos(3x) + c_2 \sin(3x))$$

27. 1. Если функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  являются частными решениями дифференциального уравнения  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$ , то функция  $y_1(x) + y_2(x)$  будет решением дифференциального уравнения

$$\text{а) } y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0 \quad \text{б) } y''(x) + p(x)y'(x) = 0 \quad \text{в) } y''(x) + q(x)y(x) = 0$$

27. 2. Общее решение дифференциального уравнения  $y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 0$  можно записать в виде

$$\text{а) } c_1 e^x + c_2 e^{-2x} \quad \text{б) } (c_1 + c_2 x) e^x \quad \text{в) } e^{2x} (c_1 \cos(3x) + c_2 \sin(3x))$$

28. 1. Если функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  являются частными решениями дифференциального уравнения  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$ , то функция  $y_1(x) - y_2(x)$  будет решением дифференциального уравнения

$$\text{а) } y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0 \quad \text{б) } y''(x) + p(x)y'(x) = 0 \quad \text{в) } y''(x) + q(x)y(x) = 0$$

28. 2. Общее решение дифференциального уравнения  $y''(x) - 4y'(x) + 13y(x) = 0$  можно записать в виде

$$\text{а) } c_1 e^x + c_2 e^{-2x} \quad \text{б) } (c_1 + c_2 x) e^x \quad \text{в) } e^{2x} (c_1 \cos(3x) + c_2 \sin(3x))$$

29. 1. Если функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  являются частными решениями дифференциального уравнения  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$ , то функция  $2y_1(x) - 3y_2(x)$  будет решением дифференциального уравнения

$$\text{а) } y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0 \quad \text{б) } y''(x) + p(x)y'(x) = 0 \quad \text{в) } y''(x) + q(x)y(x) = 0$$

29. 2. Для дифференциального уравнения  $2y''(x) - 5y'(x) + 2y(x) = 0$  характеристическим уравнением является уравнение

$$\text{а) } \lambda^2 + 4 = 0 \quad \text{б) } 4\lambda^2 + 4\lambda + 1 = 0 \quad \text{в) } 2\lambda^2 - 5\lambda + 2 = 0$$

30. 1. Функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  называются линейно зависимыми на интервале  $(a;b)$ , если равенство  $\alpha_1 y_1(x) + \alpha_2 y_2(x) = 0$  выполнено

а) только при  $\alpha_1 > 0, \alpha_2 < 0$     б) только при  $\alpha_1 < 0, \alpha_2 > 0$     в) только при  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$

30. 2. Общее решение дифференциального уравнения  $y''(x) + 4y(x) = 0$  можно записать в виде

а)  $c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x$     б)  $(c_1 + c_2 x)e^{-\frac{x}{2}}$     в)  $c_1 e^{\frac{x}{2}} + c_2 e^{2x}$

31. 1. Функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  называются линейно независимыми на интервале  $(a;b)$ , если равенство  $\alpha_1 y_1(x) + \alpha_2 y_2(x) = 0$  выполнено

а) только при  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$     б) только при  $\alpha_1 \neq 0$  и  $\alpha_2 \neq 0$     в) при  $\alpha_1 \neq 0$  или при  $\alpha_2 \neq 0$

31. 2. Общее решение дифференциального уравнения  $4y''(x) + 4y'(x) + y(x) = 0$  можно записать в виде

а)  $c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x$     б)  $(c_1 + c_2 x)e^{-\frac{x}{2}}$     в)  $c_1 e^{\frac{x}{2}} + c_2 e^{2x}$

32. 1. Пусть  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  - частные решения дифференциального уравнения

$$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0, \text{ а } W(x) = \begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{vmatrix} = y_1(x)y_2'(x) - y_1'(x)y_2(x) -$$

определитель Вронского, построенный по функциям  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ . Функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  будут линейно зависимыми на интервале  $(a;b)$ , если на этом интервале  $W(x)$

а)  $W(x) < 0$     б)  $W(x) \equiv 0$     в)  $W(x) > 0$

32. 2. Для дифференциального уравнения  $4y''(x) + 4y'(x) + y(x) = 0$  характеристическим уравнением является уравнение

а)  $\lambda^2 + 4 = 0$     б)  $4\lambda^2 + 4\lambda + 1 = 0$     в)  $2\lambda^2 - 5\lambda + 2 = 0$

33. 1. Пусть  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  - частные решения дифференциального уравнения

$$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0, \text{ а } W(x) = \begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{vmatrix} = y_1(x)y_2'(x) - y_1'(x)y_2(x) -$$

определитель Вронского, построенный по функциям  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ . Функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  будут линейно независимыми на интервале  $(a;b)$ , если на этом интервале  $W(x)$

а)  $W(x) \equiv 0$     б)  $W(x) \neq 0$

33. 2. Для дифференциального уравнения  $y''(x) + 4y(x) = 0$  характеристическим уравнением является уравнение

а)  $\lambda^2 + 4 = 0$     б)  $4\lambda^2 + 4\lambda + 1 = 0$     в)  $2\lambda^2 - 5\lambda + 2 = 0$

34. 1. Если функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  частные решения дифференциального уравнения

$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$  и являются линейно независимыми, то общее решение рассмотренного уравнения задается формулой

а)  $y_1(x) + y_2(x) + c_1 x + c_2$     б)  $c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x)$   
в)  $c_1 y_1(x) + y_2(x) + c_2$     г)  $y_1(x) + c_1 y_2(x) + c_2$

34. 2. Если характеристическое уравнение имеет комплексные корни  $\lambda_1 = a + ib$  и  $\lambda_2 = a - ib$ , то общее решение дифференциального уравнения  $y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$  можно записать в виде

а)  $c_1 e^{ax} + c_2 e^{bx}$     б)  $e^{ax}(c_1 \cos(bx) + c_2 \sin(bx))$     в)  $e^{bx}(c_1 \cos(ax) + c_2 \sin(ax))$

35. 1. Если функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  частные решения дифференциального уравнения  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$ , то формула  $c_1y_1(x) + c_2y_2(x)$  задает общее решение рассмотренного уравнения, если
- а) функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  линейно зависимы б) функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  линейно независимы
35. 2. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' - y' - 2y = 0$  имеет вид:
- а)  $y = \tilde{N}_1 e^{2x} + \tilde{N}_2 e^{-x}$  б)  $y = e^{-2x} (\tilde{N}_1 \cos 2x + \tilde{N}_2 \sin 2x)$
- в)  $y = e^x (\tilde{N}_1 \cos 2x + \tilde{N}_2 \sin 2x)$  г)  $y = e^{-2x} (\tilde{N}_1 \cos x + \tilde{N}_2 \sin x)$

**Темы: «Числовые ряды»  
«Степенные ряды»**

1. Ряд  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$  является:
- а) сходящимся б) расходящимся
2. Если числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$  сходится, а  $S_n = \sum_{i=1}^n a_i$  – его частичная сумма, то:
- а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0$  б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$  в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n < S$  г)  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n > S$
3. Если числовые ряды  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  сходятся, причем  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = A$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = B$ , то сумма ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$  равна:
- а)  $\frac{A+B}{2}$  б)  $A+B$  в)  $A-B$
4. Если числовые ряды  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  сходятся, причем  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = A$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = B$ , то сумма ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n)$  равна:
- а)  $\frac{A+B}{2}$  б)  $A+B$  в)  $A-B$
5. Если числовые ряды  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  сходятся, причем  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = A$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = B$ , то сумма ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n + 3b_n)$  равна:
- а)  $3A+2B$  б)  $2A+3B$  в)  $5(A+B)$
6. Если числовые ряды  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  сходятся, причем  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = A$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = B$ , то сумма ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n - 3b_n)$  равна:
- а)  $2A-3B$  б)  $3B-2A$  в)  $A-B$
7. Если числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится, то:
- а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  существует и отличен от нуля б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  не существует
- в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  существует и равен нулю

8. Является ли сходящимся ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$ ? Ответ обосновать.

9. Является ли сходящимся ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{4n}$ ? Ответ обосновать.

10. Является ли сходящимся ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{n+1}$ ? Ответ обосновать.

11. Является ли сходящимся ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-9}{n-3}$ ? Ответ обосновать.

12. Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ , то числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

а) всегда сходится    б) всегда расходится    в) может как сходить, так и расходиться

13. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} aq^n$  сходится:

а) при  $|q| < 1$

б) при  $|q| > 1$

в) при  $q > 1$

г) при  $q < -1$

14. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} aq^n$  расходится:

а) при  $0 \leq q \leq 1$

б) при  $-1 \leq q \leq 0$

в) при  $|q| \geq 1$

г) при  $|q| \leq 1$

15. Если  $|q| < 1$ , то сумма ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} q^n$  равна:

а)  $\frac{1}{1-q}$

б)  $\frac{1}{q-1}$

в)  $\frac{q}{1-q}$

г)  $\frac{q}{q-1}$

16. Пусть даны два знакоположительных числовых ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ . Если при всех  $n \in \mathbb{N}$

выполнены оценки  $a_n \leq b_n$  и ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится, то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ :

а) является сходящимся    б) является расходящимся

в) может быть как сходящимся, так и расходящимся

17. Пусть даны два знакоположительных числовых ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ . Если при всех  $n \in \mathbb{N}$

выполнены оценки  $a_n \leq b_n$  и ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  расходится, то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ :

а) является сходящимся    б) является расходящимся

в) может быть как сходящимся, так и расходящимся

18. Пусть даны два знакоположительных числовых ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ . Если при всех  $n \in \mathbb{N}$

выполнены оценки  $a_n \leq b_n$  и ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  расходится, то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ :

а) является сходящимся    б) является расходящимся

в) может быть как сходящимся, так и расходящимся

19. Пусть даны два знакоположительных числовых ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ . Если при всех  $n \in \mathbb{N}$

выполнены оценки  $a_n \leq b_n$  и ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  сходится, то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ :

а) является сходящимся    б) является расходящимся

в) может быть как сходящимся, так и расходящимся

20. Ряд  $1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n}} + \dots$  является а) сходящимся б) расходящимся

21. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{4^n + 9}$  является а) сходящимся б) расходящимся

Обоснуйте свой выбор.

22. Пусть дан знакоположительный числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и существует  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = A$ , тогда если

$A > 1$ , то:

а) ряд сходится б) ряд расходится в) ряд может как сходиться, так и расходиться

23. Пусть дан знакоположительный числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и существует  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = A$ , тогда если

$A < 1$ , то: а) ряд сходится б) ряд расходится в) ряд может как сходиться, так и расходиться

24. Пусть дан знакоположительный числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и существует  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = A$ , тогда если

$A = 1$ , то: а) ряд сходится б) ряд расходится в) ряд может как сходиться, так и расходиться

25. Если  $a > 0$ , то числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$  является а) сходящимся б) расходящимся

Обоснуйте свой выбор.

26. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2}$  является а) сходящимся б) расходящимся

Обоснуйте свой выбор.

27. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n+2} \right)^n$  является а) сходящимся б) расходящимся

Обоснуйте свой выбор.

28. Пусть дан знакоположительный числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и существует  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = A$ , тогда если

$A > 1$ , то:

а) ряд сходится б) ряд расходится в) ряд может как сходиться, так и расходиться

29. Пусть дан знакоположительный числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и существует  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = A$ , тогда если

$A < 1$ , то:

а) ряд сходится б) ряд расходится в) ряд может как сходиться, так и расходиться

30. Пусть дан знакоположительный числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и существует  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = A$ , тогда если

$A = 1$ , то:

а) ряд сходится б) ряд расходится в) ряд может как сходиться, так и расходиться

31. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ , где  $a \geq 0$ , сходится, если:

а) для любого  $n \in \mathbb{N}$ :  $a_{n+1} \leq a_n$  б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  существует и равен нулю

в) для любого  $n \in \mathbb{N}$ :  $a_{n+1} \leq a_n$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  существует и равен нулю

32. Ряд  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots$  а) сходится б) расходится

Обоснуйте свой выбор.

33. Ряд  $-1 + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^4} - \frac{1}{5^5} + \frac{1}{6^6} - \dots$  а) сходится б) расходится

Обоснуйте свой выбор.

34. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  называется абсолютно сходящимся, если:

а) ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится

б) ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  сходится

в) ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$  сходится

35. Является ли числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$  абсолютно сходящимся? Ответ обоснуйте.

36. Если числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  абсолютно сходящийся, то этот ряд:

а) всегда сходится

б) всегда расходится

в) может как сходиться, так и расходиться

37. Если числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится, то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ :

а) всегда сходится

б) всегда расходится

в) может как сходиться, так и расходиться

38. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  называется условно сходящимся, если:

а) ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится, а ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  расходится

б) и ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , и ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  - сходятся

в) ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  - расходятся

39. Является ли ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$  абсолютно сходящимся? Ответ обоснуйте.

40. Является ли ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n^2}{3^n}$  абсолютно сходящимся? Ответ обоснуйте.

41. Областью сходимости функционального ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  называется совокупность числовых значений аргумента  $x$ , при которых сходится ряд:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$

б)  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n(x)|$

в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n(x)$

42. Областью сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n^2 x)}{n^2}$  является

а)  $(-\infty; 0]$

б)  $(-\infty; +\infty)$

в)  $[0; +\infty)$

г)  $[-1; 1]$

43. Областью сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$  является

а)  $(-\infty; 0]$

б)  $(-\infty; +\infty)$

в)  $[0; +\infty)$

г)  $(-1; 1)$

44. Говорят, что функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  абсолютно сходится на множестве  $E$ , если для любого фиксированного  $x \in E$  сходится ряд:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$

б)  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n(x)|$

в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n(x)$

45. Если существует функция  $S(x)$ , определенная на множестве  $E$  такая, что для любого положительного  $\varepsilon$  найдется натуральное число  $n_0$ , такое, что при  $n \geq n_0$  для всех  $x \in E$

выполнена оценка  $\left| \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x) - S(x) \right| < \varepsilon$ , то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  называется:

а) сходящимся на множестве  $E$

б) абсолютно сходящимся на множестве  $E$

в) равномерно сходящимся на множестве  $E$

46. Если для функционального ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  можно указать такой сходящийся числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , что для всех  $n \in \mathbb{N}$ , больших некоторого натурального числа  $n_0$ , и всех  $x \in E$ , выполнена оценка  $|u_n(x)| \leq a_n$ , то на множестве  $E$  функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  будет:
- а) только абсолютно сходящимся    б) только равномерно сходящимся  
в) абсолютно и равномерно сходящимся
47. На множестве  $[0; +\infty)$  ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{\sqrt{n+x}}$  а) сходится    б) расходится
48. На множестве  $(0; +\infty)$  ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} x^2 e^{-nx}$  а) сходится    б) расходится
49. Верно ли утверждение, что область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  пустое множество?
50. Верно ли утверждение, что область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  непустое множество?
51. Если степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  сходится при  $x = x_0 \neq 0$ , то он абсолютно сходится при всех  $x$ , удовлетворяющих неравенству
- а)  $x < -x_0$     б)  $x > x_0$     в)  $|x| < |x_0|$     г)  $|x| > |x_0|$
52. Если степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  расходится при  $x = x^* \neq 0$ , то он расходится при всех  $x$ , удовлетворяющих неравенству
- а)  $x < x^*$     б)  $x > -x^*$     в)  $|x| < |x^*|$     г)  $|x| > |x^*|$
53. Степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  сходится при  $x = -2$ . При каком из следующих значений  $x$  этот ряд, наверняка, сходится?
- а)  $-1,9$     б)  $-2,1$     в)  $3$
54. Степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  сходится при  $x = -3$ . При каком из следующих значений  $x$  этот ряд, наверняка, расходится?
- а)  $-4$     б)  $0,5$     в)  $e$
55. Степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  сходится при  $x = 3$ . При каком из следующих значений  $x$  этот ряд, наверняка, сходится?
- а)  $2$     б)  $4$     в)  $-5$
56. Степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  сходится при  $x = 3$ . При каком из следующих значений  $x$  этот ряд, наверняка, расходится?
- а)  $-\pi$     б)  $-1$     в)  $2,6$
57. Степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  сходится при  $x = -2$ . На каком из следующих множеств этот ряд, наверняка, сходится?
- а)  $(-3; 1)$     б)  $(-1,5; 1)$     в)  $(0; 4)$

58. Степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  сходится при  $x = -2$ . На каком из следующих множеств этот ряд, наверняка, расходится?  
 а)  $(-5; -4)$  б)  $(-1, 5; -1)$  в)  $[0, 5; 2, 5]$
59. Степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  сходится при  $x = 1$ . На каком из следующих множеств этот ряд, наверняка, сходится?  
 а)  $(-7; -5]$  б)  $[5; 6)$  в)  $[-0, 5; -0, 1]$
60. Степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  сходится при  $x = 1$ . На каком из следующих множеств этот ряд, наверняка, расходится?  
 а)  $(-7; -5]$  б)  $[0, 5; 0, 6)$  в)  $[-0, 5; -0, 1]$
61. Число  $R \geq 0$  называется радиусом сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ , если  
 а) при  $x \in (-R; R)$  этот ряд сходится б) при  $|x| > R$  этот ряд расходится  
 в) при  $x \in (-R; R)$  этот ряд сходится, а при  $|x| > R$  этот ряд расходится
62. Если число  $R \geq 0$  – радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ , то при  $x = \pm R$  этот ряд  
 а) всегда сходится б) всегда расходится в) может как сходиться, так и расходиться
63. Если число  $R > 0$  – радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ , то при  $x \in (0; R)$  этот ряд  
 а) всегда сходится б) всегда расходится в) может как сходиться, так и расходиться
64. Если число  $R > 0$  – радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ , то при  $x \in (-R; 0)$  этот ряд  
 а) всегда сходится б) всегда расходится в) может как сходиться, так и расходиться
65. Если число  $R > 0$  – радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ , то при  $x \in [R+1; R+10)$  этот ряд  
 а) всегда сходится б) всегда расходится в) может как сходиться, так и расходиться
66. Если число  $R > 0$  – радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ , то при  $x \in (-5-R; -1-R)$  этот ряд  
 а) всегда сходится б) всегда расходится в) может как сходиться, так и расходиться
67. Пусть дан степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  и существует конечный или бесконечный предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$ , тогда радиус сходимости данного ряда равен  
 а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$  б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$  в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$  г)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$
68. Пусть дан степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  и существует конечный или бесконечный предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}$ , тогда радиус сходимости данного ряда равен  
 а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$  б)  $\frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}}$  в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}$  г)  $\frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}}$
69. Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} ax^n$  равен а) 1 б) 2 в) 3

70. Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  равен а) 1 б) 5 в)  $+\infty$
71. Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n x^n}{n!}$ , где  $a > 0$ , равен а) 4 б) 2 в)  $+\infty$
72. Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{5n}$  равен а)  $\sqrt{2}$  б)  $(\sqrt{3})^{-1}$  в)  $(\sqrt[5]{2})^{-1}$
73. Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n \cdot 5^n}$  равен а) 3 б) 4 в) 5
74. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n x^{3n}}{5n+17}$ .
75. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{\left(\frac{3n+4}{n+1}\right)^n}$ .

### Описание технологии проведения

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация предназначена для проверки качества и своевременности формирования компетенций, стимулирования учебной деятельности обучающихся, совершенствования методик проведения занятий различных типов, своевременной корректировки ошибок и неточностей в понимании и запоминании излагаемого материала.

Периодичность, формы и методы проведения текущих аттестаций определяются преподавателем.

Фронтальный опрос проводится в устной форме и никак не оценивается. Практико-ориентированные и тестовые задания выполняются в письменной форме.

В ходе текущей аттестации в форме контрольной работы каждому обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий, лист ответа на КИМ и предлагается решить задания. Контрольная работа может включать в себя от 6 до 10 заданий как практических, так и теоретической направленности. Ограничение по времени – 90 минут. Во время контрольной работы обучающимся не разрешено пользоваться никакими справочными материалами.

Текущая аттестация по дисциплине с применением дистанционных образовательных технологий проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, <https://edu.vsu.ru/>).

### Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

При текущей аттестации в форме контрольной работы уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», которые формируются следующим образом:

| Оценки  | Критерии                                                                                                                         |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Отлично | Обучающийся правильно выполнил все задания контрольной работы, представлено полное решение каждой из задач, сделаны обоснованные |

|                     |                                                                                                                                                                                                              |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                     | выводы.                                                                                                                                                                                                      |
| Хорошо              | Обучающийся правильно выполнил все задания контрольной работы, однако, представленные решения недостаточно обоснованы, либо в ходе решения задач обучающимся допущены несущественные ошибки (не более двух). |
| Удовлетворительно   | Обучающийся правильно выполнил не менее 50% предложенных заданий.                                                                                                                                            |
| Неудовлетворительно | Обучающийся правильно выполнил менее 50% предложенных заданий.                                                                                                                                               |

За практико-ориентированные задания выставляется: «зачтено», если:

- обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний, умений, навыков высоким показателям, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, применяет их при решении практических задач;
  - обучающийся демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков достаточно высоким показателям, но допускает незначительные ошибки, неточности, испытывает затруднения при решении практических задач;
  - обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков средним показателям, допускает значительные ошибки при решении практических задач;
- «не зачтено», если обучающийся демонстрирует явное несоответствие знаний, умений, навыков даже низким показателям.

Тестовые задания одержат несколько тестовых вопросов, за правильный ответ на каждый из которых выставляется один балл, а за неправильный - ноль. Оценка «зачтено» выставляется, если безошибочно выполнено не менее 55% заданий; оценка «не зачтено» выставляется, если выполнено менее 55% заданий.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

письменный ответ на вопросы и задания КИМ к экзамену и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену.

## Перечень вопросов к экзамену

### 1 семестр

1. Матрица. Основные понятия. Действия с матрицами.
2. невырожденные матрицы. Обратная матрица.
3. Определители. Основные понятия. Свойства определителей.
4. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений (основные понятия).
5. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Алгоритм отыскания решения произвольной системы линейных уравнений.
6. Решение невырожденных линейных систем уравнений. Формулы Крамера.
7. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
8. Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами.
9. Проекция вектора на ось и ее свойства.
10. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
11. Действия над векторами, заданными проекциями на оси координат.
12. Скалярное произведение векторов: определение, свойства.
13. Векторное произведение векторов: определение, свойства.
14. Системы координат на плоскости. Основные понятия.
15. Преобразования системы координат.

16. Линии на плоскости. Виды уравнений, задающих линию. Примеры.
17. Уравнения прямой на плоскости: общее, с угловым коэффициентом, нормальное, в отрезках и др.
18. Прямая на плоскости. Основные задачи: угол между двумя прямыми, расстояние от точки до прямой.
19. Функция: определение, способы задания, график, свойства функций и их графиков.
20. Сложная и обратная функции. Свойства и графики основных элементарных функций.
21. Числовая последовательность: определение, основные понятия, способы задания, действия, примеры, некоторые свойства.
22. Определение и признак сходимости монотонных последовательностей.
23. Предельный переход в неравенствах, связывающих последовательности.
24. Теоремы о сходящихся числовых последовательностях (пределы суммы, разности, произведения, отношения сходящихся последовательностей).
25. Сходящиеся последовательности. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность.
26. Бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности. Основные свойства бесконечно малых последовательностей.
27. Признаки существования пределов функций. «Первый замечательный» предел функции.
28. «Второй замечательный» предел функции и следствия из него.
29. Основные теоремы о пределах функций.
30. Бесконечно большие и бесконечно малые функции: их свойства и сравнение.
31. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Критерии существования предела функции в точке.
32. Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы.
33. Теоремы Вейерштрасса.
34. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Непрерывность некоторых основных элементарных функций.
35. Теоремы о непрерывности сложной и обратной функций.
36. Основные свойства непрерывных функций: непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций, устойчивость знака непрерывной функции.
37. Точки разрыва графика функции и их классификация.
38. Понятие производной функции в точке; ее геометрический и физический смыслы.
39. Производные основных элементарных функций. Таблица производных основных функций.
40. Производные сложной и обратной функций.
41. Производные суммы, разности, произведения и частного функций.
42. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
43. Производные действительных функций действительного аргумента, заданных неявно и параметрически.
44. Точка локального экстремума функции. Необходимое условие существования локального экстремума функции.
45. Дифференциал функции действительного переменного и его геометрический смысл. Основные теоремы о дифференциалах.
46. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.
47. Производные высших порядков для функций, заданных явно.
48. Правила Лопиталя (теоремы). Раскрытие неопределенностей различных видов при вычислении пределов функций.
49. Монотонность функции на интервале: необходимые и достаточные условия. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.
50. Достаточные условия локального экстремума функции.
51. Направления выпуклости и точки перегиба графика функции.

52. Необходимое и достаточное условия существования точек перегиба графика функции.

53. Асимптоты графика функции.

## 2 семестр

1. Понятие первообразной функции. Свойства первообразной.
2. Неопределенный интеграл и его свойства. «Не берущиеся» интегралы.
3. Основные методы вычисления неопределенного интеграла: подстановка, замена переменной, интегрирование по частям.
4. Правильные и неправильные дробно-рациональные функции. Простейшие дроби. Интегрирование простейших дробей.
5. Интегрирование дробно-рациональных выражений.
6. Интегрирование иррациональных функций.
7. Интегрирование тригонометрических функций.
8. Определение определенного интеграла.
9. Основные свойства определенного интеграла
10. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции.
11. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Формулы замены переменного и интегрирования по частям в определенном интеграле.
13. Интегралы от непрерывных функций по бесконечному промежутку интегрирования: определение, свойства, признаки сходимости.
14. Интегралы от функций с особой точкой на отрезке интегрирования: определение, свойства, признаки сходимости.
15. Понятие функции многих переменных. Предел функции многих переменных в точке. Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства пределов функции многих переменных.
16. Непрерывность функции нескольких переменных.
17. Частные производные первого порядка функции многих переменных. Функция двух переменных, дифференцируемая в точке. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции двух переменных в точке. Связь дифференциала функции и ее частных производных.
18. Дифференцирование сложной функции многих переменных.
19. Частные производные высших порядков функции многих переменных. Теорема о независимости от порядка дифференцирования в смешанных производных.
20. Локальные экстремумы функции многих переменных: определения, необходимые и достаточные условия
21. Двойной интеграл: основные понятия и определения, геометрический и физический смыслы, основные свойства. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
22. Формула замены переменных в двойном интеграле. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
23. Общие сведения о дифференциальных уравнениях. Дифференциальные уравнения первого порядка: основные понятия и определения. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
24. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
25. Однородные дифференциальные уравнения.
26. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения. Уравнение Я. Бернулли.
27. Уравнение в полных дифференциалах.
28. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
29. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.

30. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия.
31. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура их общего решения.
32. Интегрирование линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.
33. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.
34. Метод вариации произвольных постоянных при решении ЛНДУ второго порядка. Теорема о наложении решений.
35. Интегрирование ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
36. Числовые ряды. Основные понятия.
37. Интегральный признак Коши для знакоположительных числовых рядов. Обобщенный гармонический ряд.
38. Признаки Даламбера и Коши для знакоположительных числовых рядов.
39. Признаки сравнения знакоположительных числовых рядов.
40. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
41. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных числовых рядов. Абсолютная и условная сходимости рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
42. Знакопередающиеся числовые ряды. Признак Лейбница.
43. Функциональные ряды. Основные понятия. Степенные ряды.
44. Сходимость степенных рядов. Теорема Н. Абея. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.

## Перечень практических заданий

### 1 семестр

1. Исследовать характер точек разрыва графика функции  $f(x) = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}}$ .
2. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg}^2 x}$ .
3. Вычислить  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 5n + 4} - \sqrt{n^2 + 4})$ .
4. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sqrt{x+9} - 3}$ .
5. Вычислить  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3 + 2^n}{3 + 2^{n+1}} \right)^{2^n}$ .
6. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2 x)^{2 \operatorname{ctg}^2 3x}$ .
7. Решить систему уравнений матричным методом: 
$$\begin{cases} 2y - z + x = 12, \\ 4z - y + 3x = -13, \\ 5y - x - z = 27. \end{cases}$$
8. Исследовать характер точек разрыва графика функции  $f(x) = \frac{2^{\frac{1}{x}} - 1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}}$ .

9. Решить систему уравнений методом Крамера: 
$$\begin{cases} 2y + z + 3x = 1, \\ 4z + 5y + 6x = -2, \\ 8y + 9x + 7z = 3. \end{cases}$$

10. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x^2 - 8x})$ .

11. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{4\sin^2 x} - \frac{1}{\sin^2 2x} \right)$ .

12. Найти точки разрыва графика функции  $f(x) = \frac{1}{\ln x}$  и определить их характер.

13. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 5x}{x^3}$ .

14. Вектор  $\bar{x}$ , ортогональный векторам  $\bar{a}(2; 3; -1)$  и  $\bar{b}(1; -1; 3)$ , образует с вектором  $\bar{i}$  тупой угол. Зная, что  $|\bar{x}| = \sqrt{138}$  найдите координаты вектора  $\bar{x}$ .

15. Найти площадь треугольника с вершинами  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(3; 2; 1)$ ,  $C(-2; 1; 2)$ .

16. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2 + 4x}{4x - 3} \right)^{(3+2x)}$ .

17. Треугольник  $ABC$  задан координатами вершин:  $A(-3; -2)$ ,  $B(3; 4)$ ,  $C(5; -4)$ . Найти: а) площадь треугольника; б) уравнение высоты треугольника  $BH$ .

18. Решить систему уравнений методом Крамера: 
$$\begin{cases} 2y - z + x = 12, \\ 4z - y + 3x = -13, \\ 5y - x - z = 27. \end{cases}$$

19. Решить систему уравнений методом Гаусса: 
$$\begin{cases} 2y + z + 3x = 1, \\ 4z + 5y + 6x = -2, \\ 8y + 9x + 7z = 3. \end{cases}$$

20. Треугольник  $ABC$  задан координатами вершин:  $A(-4; 1)$ ,  $B(-6; -3)$ ,  $C(4; -1)$ . Найти: а) уравнение высоты треугольника  $BH$ ; б) длину медианы  $AM$ .

21. Зная несколько первых членов числовой последовательности, написать формулу ее общего члена:  $2; 1\frac{1}{2}; 1\frac{1}{3}; 1\frac{1}{4}; \dots$ . Установить некоторые свойства этой последовательности.

22. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x)}{\arcsin 3x}$ .

23. Треугольник  $ABC$  задан координатами вершин:  $A(-3; -2)$ ;  $B(3; 4)$ ;  $C(5; -4)$ . Найти: а) величину угла наклона прямой  $AB$  к оси абсцисс; б) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно прямой  $AB$ .

24. Найти производную функции  $y = \cos \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$ .

25. Найти производную функции  $y = x^3 \cdot \sin(\cos x)$ .

26. Найти производную функции  $y = e^{x + \sin x} \cdot \operatorname{arctg} x$ .

27. Найти производную функции  $y = \log_5 \sqrt{\frac{x}{x+1}}$ .

28. Найти производную функции  $y = \frac{1}{19^x + 1} + \arcsin x$ .

29. Найти производную функции  $y = \frac{3^{2x}}{2^{2x}} + \sqrt[5]{x} \cdot \ln^5 x$ .
30. Найти производную функции  $y = \frac{x \ln x}{x^2 - 1}$ .
31. Найти производную функции  $y = \ln^4 \sin(3x)$ .
32. Найти производную функции  $y = \frac{1}{\arcsin x \cdot \sin x}$ .
33. Найти производную функции  $y = x \cdot 2^{\sqrt{x}} \cdot e^{\sqrt{x}}$ .
34. Найти производную функции  $y = 3^{\sin 2x + 4 \sin 2x}$ .
35. Найти производную функции  $y = \sqrt{4 - 7x^2} \cdot \arccos x$ .
36. Найти производную функции  $y = \ln^7(5x^3 - x)$ .
37. Найти производную функции  $y = 10^{x^2 + 1} \cdot \operatorname{arctg} x$ .
38. Найти производную функции  $y = \sin^9 \left( \frac{\sqrt{x}}{2} \right)$ .
39. Найти производную функции  $y = e^{\sqrt{\operatorname{ctg} x}}$ .
40. Найти производную функции  $y = \arccos(e^x)$ .
41. Найти производную функции  $y = \arcsin \sqrt{x}$ .
42. Найти производную функции  $y = 7^{3x - 1 - \sqrt{x}}$ .
43. Найти производную функции  $y = x^3 \cdot \log_2(x^2 + 1)$ .
44. Найти производную функции  $y = \ln \sqrt{\frac{\sin x}{x^7 + 1}}$ .
45. Найти производную функции  $y = \arcsin(e^{\cos x})$ .
46. Найти производную функции  $y = \frac{x^3 \log_5 x}{\sqrt[4]{x} - \cos x}$ .
47. Найти производную функции  $y = \sqrt[5]{4 - 7x^2} \cdot \arcsin x$ .
48. Найти производную функции  $y = 9^{\cos 2x + 4 \cos 2x}$ .
49. Найти производную функции  $y = \log_7(5x^3 - \sqrt[3]{x})^{13}$ .

## 2 семестр

1. Найти интеграл  $\int \frac{\sin x dx}{1 - \cos x}$ .
2. Найти интеграл  $\int \frac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$ .
3. Найти интеграл  $\int x \sqrt{1 + 2x^2} dx$ .
4. Найти интеграл  $\int \cos x \cdot e^{\sin x} dx$ .
5. Найти интеграл  $\int x(3x^2 - 5)^{88} dx$ .

6. Найти интеграл  $\int \frac{\cos x}{3 + 5 \sin x} dx$ .
7. Найти интеграл  $\int x \cdot e^{x^2} dx$ .
8. Найти интеграл  $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$ .
9. Найти интеграл  $\int x \cdot \operatorname{arctg} x dx$ .
10. Найти интеграл  $\int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx$ .
11. Найти интеграл  $\int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 1}$ .
12. Найти интеграл  $\int \frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x} dx$ .
13. Найти интеграл  $\int e^x \cdot \sin(e^x) dx$ .
14. Найти интеграл  $\int (2 - x) \sin x dx$ .
15. Найти интеграл  $\int x e^{-x} dx$ .
16. Найти интеграл  $\int e^{3x} \cdot \cos 2x dx$ .
17. Найти интеграл  $\int \operatorname{tg}^2 x dx$ .
18. Найти интеграл  $\int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x - 4}$ .
19. Найти интеграл  $\int \arcsin x dx$ .
20. Найти интеграл  $\int \frac{3^x dx}{\sqrt{1 - 9^x}}$ .
21. Найти интеграл  $\int \frac{3 - \operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx$ .
22. Найти интеграл  $\int x^2 e^{-x^3} dx$ .
23. Найти интеграл  $\int x^2 \ln x dx$ .
24. Найти интеграл  $\int \frac{x dx}{x^4 + 1}$ .
25. Найти интеграл  $\int \frac{x dx}{x^2 + 2x + 3}$ .
26. Найти интеграл  $\int \frac{x^2 dx}{x^2 + 3x + 2}$ .
27. Найти интеграл  $\int (x - 7)^2 \ln(6x) dx$ .
28. Найти интеграл  $\int \frac{7 dx}{x^2 - 5}$ .

29. Найти интеграл  $\int \arccos(5x+3)dx$ .
30. Найти интеграл  $\int x \arctg(5x+3)dx$ .
31. Найти интеграл  $\int x^2 \arctg x dx$ .
32. Найти интеграл  $\iint_D f(x;y) dx dy$ , если  $f(x;y) = xy + 1$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $x = 1, y = 0, x + 2y = 7$ .
33. Найти интеграл  $\iint_D f(x;y) dx dy$ , если  $f(x;y) = x^2 y + 1$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $x = 1, y = 1, 5x + y = 11$ .
34. Найти интеграл  $\iint_D f(x;y) dx dy$ , если  $f(x;y) = xy^2 + 1 + x$ , а область  $D$  ограничена линиями:  $32x = -y^2, y = x^3$ .
35. Найти интеграл  $\iint_D f(x;y) dx dy$ , если  $f(x;y) = xy^2 - 1$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $x = -2y^2, y = x^2$ .
36. Найти интеграл  $\iint_D f(x;y) dx dy$ , если  $f(x;y) = xy^2 + x - 1$ , а область  $D$  ограничена линиями:  $x = y^2, y = -x^2$ .
37. Найти интеграл  $\iint_D f(x;y) dx dy$ , если  $f(x;y) = xy^2 + y^2$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $x = 0, y = 2, 3x + y = 5$ .
38. Найти интеграл  $\iint_D f(x;y) dx dy$ , если  $f(x;y) = x^2 + y^2$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $y = 3x - 4, y = -x^2$ .
39. Найти интеграл  $\iint_D f(x;y) dx dy$ , если  $f(x;y) = xy + x^2$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $y = 3x, y = 0, 5x, 0,5x + y = 6$ .
40. Найти интеграл  $\iint_D f(x;y) dx dy$ , если  $f(x;y) = xy + 3$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $y = 2x, y = -x, 2x + y = 3$ .
41. Найти интеграл  $\iint_D f(x;y) dx dy$ , если  $f(x;y) = -x^2 - y^2 + 5$ , а область  $D$  в первой координатной четверти ограничена линиями:  $x = 0, y = 0, x^2 + y^2 = 9$ .
42. Найти интеграл  $\iint_D f(x;y) dx dy$ , если  $f(x;y) = 2x^2 + 2y^2 + 3$ , а область  $D$  в первой координатной четверти ограничена линиями:  $x = 0, y = 0, x^2 + y^2 = 16$ .
43. Найти интеграл  $\iint_D f(x;y) dx dy$ , если  $f(x;y) = xy + 1$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $x = -1, y = 1, 3x + y = 9$ .

44. Найти интеграл  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если  $f(x; y) = x^2 y + 1$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $x = 0$ ,  $y = 1$ ,  $3x + y = 6$ .
45. Найти интеграл  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если  $f(x; y) = xy^2 + 1 + x$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $x = y^2$ ,  $y = x^2$ .
46. Найти интеграл  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если  $f(x; y) = xy^2 - 1$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $x = y^2$ ,  $y = x^2$ .
47. Найти интеграл  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если  $f(x; y) = xy^2 + x - 1$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $x = y^2$ ,  $y = x^2$ .
48. Найти интеграл  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если  $f(x; y) = xy^2 + y^2$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $3x + y = 6$ .
49. Найти интеграл  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если  $f(x; y) = x^2 + y^2$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $y = 3x$ ,  $y = x^2$ .
50. Найти интеграл  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если  $f(x; y) = xy + x^2$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $y = 3x$ ,  $y = 0,5x$ ,  $x + y = 6$ .
51. Найти интеграл  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если  $f(x; y) = xy + 3$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $y = 2x$ ,  $y = x$ ,  $x + y = 6$ .
52. Найти интеграл  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если  $f(x; y) = -x^2 - y^2 + 1$ , а область  $D$  в первой координатной четверти ограничена линиями:  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x^2 + y^2 = 1$ .
53. Найти интеграл  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если  $f(x; y) = y^2 + x^2 + 1$ , а область  $D$  в первой координатной четверти ограничена линиями:  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ .
54. Найти интеграл  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если  $f(x; y) = 4\sqrt{x} - xy$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $y = 3x$ ,  $y = 2x + 1$ ,  $x + y = 6$ .
55. Найти интеграл  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если  $f(x; y) = 4\sqrt{x} - xy$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $y = 3x$ ,  $y = 3x - 6$ ,  $y = 3$ ,  $y = 0$ .
56. Найти интеграл  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если  $f(x; y) = 2 + y^2 x$ , а область  $D$  ограничена линиями:  
 $y = -2x$ ,  $y = -2x - 4$ ,  $y = 6$ ,  $y = 2$ .
57. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} n^3 \lg^2 \frac{1}{n^2}$ .

58. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' + 4y' - 5y = 1$ .

59. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{3^{n+2}}$ .

60. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' - 2y' + 2y = 2x$ .

61. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{5^n} \cdot \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$ .

62. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' = x^2 e^{-x}$ , если заданы начальные условия:  $y(0) = 1$  и  $y'(0) = 0$ .

63. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctg(n+3)}{2-n^3}$ .

64. Решить дифференциальное уравнение:  $xy'' = 7y' \ln\left(\frac{y'}{x}\right)$ .

65. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}$ .

66. Решить дифференциальное уравнение:  $3 + (y')^2 = yy''$ .

67. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sqrt{n}}$ .

68. Решить дифференциальное уравнение:  $y''(2y+3) - 2(y')^2 = 0$ .

69. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{3^n} \cdot \left(\frac{n+5}{n}\right)^{n^2}$ .

70. Решить дифференциальное уравнение:  $(y')^2 + yy'' = yy'$  при начальных условиях  $y(0) = 0$  и  $y'(0) = 0$ .

71. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}$ .

72. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2+2}{n^2}\right)$ .

73. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{3n+2}\right)^n$ .

74. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{n+1}}{n^2 5^n}$ .

75. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' - 2y' + 10y = 0$ , если  $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$  и  $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = e^{\frac{\pi}{6}}$ .

76. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+2)\ln^2(n+2)}$ .

77. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' - 4y' + 13y = 0$ .

78. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{1}{n\sqrt{n}}$ .

79. Решить дифференциальное уравнение:  $2y'' - 3y' + 5y = 0$ .

80. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ .

81. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' - y = x \cos^2 x$ .

82. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{2n+3}{n+2} \right)^{2n}$ .

83. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' + 5y' + 6y = \frac{1}{e^{2x}}$ .

84. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}(n+1)}{n^2 + 3n}$ .

85. Решить дифференциальное уравнение:  $4y'' + 9y = 5$ .

86. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)\sqrt{\ln(2n+1)}}$ .

87. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' + 4y = \operatorname{ctg} 2x$ .

88. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}n}{(2n-1)4^n}$ .

89. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' - 2y' + 2y = 2x^2 + 1$ .

90. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cos 3n}{7^n}$ .

91. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' + 4y' - 5y = 1 - x$ .

92. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n}{n!3^{n+1}}$ .

93. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' - 2(y' - y) = e^x \sin x$ .

94. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{n+1}{3n-1} \right)^{n-1}$ .

95. Решить дифференциальное уравнение:  $xy'' = 4y' \ln \left( \frac{y'}{x} \right)$ .

96. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} n^4 \sin^2 \frac{2\pi}{n^3}$ .

97. Решить дифференциальное уравнение:  $5y'' - 8y' + 4y = 0$ , если  $y(\frac{\pi}{4}) = 0$  и  $y'(\frac{\pi}{4}) = e^{\frac{\pi}{4}}$ .

98. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \arcsin \frac{1}{n} \right)^n$ .

99. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' = (x^2 + 1)e^{-2x}$ , если заданы начальные условия:  $y(0) = 1$  и  $y'(0) = 1$ .

100. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^{n(n-1)}$ .

101. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' - 2y = x \sin^2 x$ .
102. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \arcsin^2 \frac{1}{\sqrt[4]{n}}$ .
103. Решить дифференциальное уравнение:  $5y'' - 5y' + 6y = \frac{5}{e^{3x}}$ .
104. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} n^3 \frac{3^n}{5^{\frac{n}{2}}}$ .
105. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' + 9y = \operatorname{tg} 3x$ .
106. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \ln^n \left( \frac{2n}{n+2} \right)$ .

## Примерное содержание контрольно–измерительных материалов (КИМ) к экзамену

### 1 семестр

#### Комплект КИМ № 1

Направление подготовки 04.03.02 Химия, физика, механика материалов

Дисциплина Б1.0.06 Математика

Курс 1

Форма обучения Очная

Вид аттестации Промежуточная

Вид контроля Экзамен

УТВЕРЖДАЮ  
И. о. зав. кафедрой уравнений  
в частных производных  
и теории вероятностей

А. С. Рябенко

                    .202

#### Контрольно-измерительный материал № 1

1. Найти косинус угла между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ , если  $A(2; -2; 3)$   $B(1; -1; 2)$   $C(4; -4; 5)$ .

2. Найти матрицу, обратную заданной  $\begin{pmatrix} -6 & 5 & -2 \\ 3 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

3. Решить систему уравнений по правилу Крамера  $\begin{cases} x + 3y - z = 2, \\ 2x - 3y + 2z = 0, \\ 3x - 2y - z = 4. \end{cases}$

4. Дана функция  $y = \frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^2 - 9}$ . Вычислить заданные ее пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} y$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 3} y$ , в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} y$ .

5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{\operatorname{tg}^2 8x}$ .

6. Найти производные заданных функций:

А)  $y = 2^{\sqrt{\operatorname{tg} x}}$ , Б)  $y = (\sin 3x)^{\ln \sin 3x}$ .

7. Сформулировать в терминах « $\varepsilon$  -  $\delta$ » с помощью неравенств следующее утверждение:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .

8. Пусть имеются две матрицы  $A$  порядка  $m \times k$  и  $B$  порядка  $m_1 \times k_1$ . Для этих матриц определено произведение  $A \cdot B$ , если:

а)  $m = m_1$

б)  $k = k_1$

в)  $k = m_1$ .

9. Выберите из следующих утверждений верное:

- а) при транспонировании определитель не меняется;  
 б) при перестановке двух параллельных рядов определитель не меняется;  
 в) определитель, имеющий два одинаковых ряда, отличен от нуля.

10. Если система линейных уравнений имеет хотя бы одно решение, то она называется:

- а) совместной б) несовместной.

11. Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , то она достигает на этом отрезке:

- а) только свое наибольшее значение; б) только свое наименьшее значение;  
 в) свое наибольшее и наименьшее значения.

12. Пусть функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[x_0 - \delta, x_0 + \delta]$ , где  $\delta$  - положительная константа, и дифференцируема на интервале  $(x_0 - \delta; x_0 + \delta)$ , тогда если при  $x \in (x_0 - \delta, x_0)$   $f'(x) > 0$ , а при  $x \in (x_0; x_0 + \delta)$   $f'(x) < 0$ , то

а)  $x_0$  точка локального максимума

б)  $x_0$  точка локального минимума

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 04.03.02 Химия, физика, механика

материалов

Дисциплина Б1.0.06 Математика

Курс 1

Форма обучения Очная

Вид аттестации Промежуточная

Вид контроля Экзамен

УТВЕРЖДАЮ

И. о. зав. кафедрой уравнений  
в частных производных  
и теории вероятностей

А. С. Рябенко

.....202

### Контрольно-измерительный материал № 2

1. Найти косинус угла между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ , если  $A(0; -2; 6)$   $B(-12; -2; -3)$   $C(-9; -2; -6)$ .

2. Найти матрицу, обратную заданной  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

3. Решить систему уравнений по правилу Крамера  $\begin{cases} 2x + 3y + z = 1, \\ 3x - 5y + 2z = -11, \\ 5x + 2y - 2z = -3. \end{cases}$

4. Дана функция  $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3}$ . Вычислить заданные ее пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} y$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 1} y$ , в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} y$ .

5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\ln(1 - 5x)}$ .

6. Найти производные заданных функций:

А)  $y = \ln^2(1 - \cos x)$ , Б)  $y = (\arctg x)^{5x}$ .

7. Сформулировать в терминах « $\varepsilon$  -  $\delta$ » с помощью неравенств следующее утверждение:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ .

8. Пусть матрица  $A$  порядка  $2 \times 4$ , а матрица  $B$  порядка  $4 \times 3$ . Тогда матрица  $A \cdot B$  будет порядка:

а)  $4 \times 4$

б)  $2 \times 3$

в)  $3 \times 2$ .

9. Выберите из следующих утверждений неверное:

- а) при транспонировании определитель меняет знак на противоположный;  
 б) при перестановке двух параллельных рядов определитель меняет знак на противоположный;

- в) определитель, имеющий два одинаковых ряда, равен нулю.
10. Совместная система линейных уравнений имеющая более одного решения называется:  
 а) определенной б) неопределенной.
11. Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$  и принимает в его концах значения разных знаков, то на отрезке  $[a, b]$  она  
 а) имеет единственный нуль; б) хотя бы один нуль;  
 в) не имеет нулей.
12. Пусть функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[x_0 - \delta, x_0 + \delta]$ , где  $\delta$  - положительная константа, и дифференцируема на интервале  $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ , тогда если при  $x \in (x_0 - \delta, x_0)$   $f'(x) < 0$ , а при  $x \in (x_0, x_0 + \delta)$   $f'(x) > 0$ , то  
 а)  $x_0$  точка локального максимума б)  $x_0$  точка локального минимума

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 04.03.02 Химия, физика, механика материалов

Дисциплина Б1.0.06 Математика

Курс 1

Форма обучения Очная

Вид аттестации Промежуточная

Вид контроля Экзамен

УТВЕРЖДАЮ  
 И. о. зав. кафедрой уравнений  
 в частных производных  
 и теории вероятностей

А. С. Рябенко

...202

### Контрольно-измерительный материал № 3

- Найти косинус угла между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ , если  $A(2; 3; -1)$   $B(4; 5; -2)$   $C(3; 1; 1)$ .
- Найти матрицу, обратную заданной  $\begin{pmatrix} -6 & -4 & -5 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
- Решить систему уравнений по правилу Крамера  $\begin{cases} x + 5y + z = -8, \\ 2x - 3y + 5z = 16, \\ 5x + 2y - z = -6. \end{cases}$
- Дана функция  $y = \frac{2x^2 - 11x - 21}{x^2 - 9x + 14}$ . Вычислить заданные ее пределы:  
 а)  $\lim_{x \rightarrow 0} y$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 7} y$ , в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} y$ .
- Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 6x}{e^{2x} - 1}$ .
- Найти производные заданных функций:  
 А)  $y = \ln(\arcsin \sqrt{x})$ , Б)  $y = x^{2^{\cos x}}$ .
- Сформулировать в терминах « $\varepsilon$  -  $\delta$ » с помощью неравенств следующее утверждение:  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = +\infty$ .
- Пусть имеются две матрицы  $A$  порядка  $m \times k$  и  $B$  порядка  $m_1 \times k_1$ . Для этих матриц определено произведение  $A \cdot B$ , если:  
 а)  $m = m_1$  б)  $k = k_1$  в)  $k = m_1$ .
- Выберете из следующих утверждений верное:  
 а) при транспонировании определитель не меняется;  
 б) при перестановке двух параллельных рядов определитель не меняется;  
 в) определитель, имеющий два одинаковых ряда, отличен от нуля.
- Если система линейных уравнений имеет хотя бы одно решение, то она называется:

- а) совместной б) несовместной.
11. Если функция  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x_0$ , то в этой точке она  
 а) она всегда не непрерывна; б) она всегда непрерывна;  
 в) она непрерывна в зависимости от вида функции  $f(x)$ .
12. Точка  $x_0$  называется точкой локального максимума функции  $f(x)$  если при любом  $x$  из интервала  $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ , где  $\delta = \text{const} > 0$  выполняема оценка  
 а)  $f(x) \geq f(x_0)$  б)  $f(x) \leq f(x_0)$

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 04.03.02 Химия, физика, механика материалов

Дисциплина Б1.0.06 Математика

Курс 1

Форма обучения Очная

Вид аттестации Промежуточная

Вид контроля Экзамен

УТВЕРЖДАЮ  
 И. о. зав. кафедрой уравнений  
 в частных производных  
 и теории вероятностей

А. С. Рябенко

\_\_\_\_\_. 202

### Контрольно-измерительный материал № 4

- Найти косинус угла между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ , если  $A(3; 2; 0)$   $B(1; 4; -1)$   $C(4; 0; 2)$ .
- Найти матрицу, обратную заданной  $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- Решить систему уравнений по правилу Крамера  $\begin{cases} x + 2y + z = 2, \\ 3x + 2y + 3z = 6, \\ 2x - 2y - z = 7. \end{cases}$
- Дана функция  $y = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 3x + 2}$ . Вычислить заданные ее пределы:  
 а)  $\lim_{x \rightarrow 0} y$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 2} y$ , в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} y$ .
- Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{e^{4x^2} - 1}$ .
- Найти производные заданных функций:  
 А)  $y = \arctg 3^{\sqrt{x}}$ , Б)  $y = (\lg x)^{\ln x}$ .
- Сформулировать в терминах « $\varepsilon$  -  $\delta$ » с помощью неравенств следующее утверждение:  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = -\infty$ .
- Пусть матрица  $A$  порядка  $2 \times 4$ , а матрица  $B$  порядка  $4 \times 3$ . Тогда матрица  $A \cdot B$  будет порядка:  
 а)  $4 \times 4$  б)  $2 \times 3$  в)  $3 \times 2$ .
- Выберете из следующих утверждений неверное:  
 а) при транспонировании определитель меняет знак на противоположный;  
 б) при перестановке двух параллельных рядов определитель меняет знак на противоположный;  
 в) определитель, имеющий два одинаковых ряда, равен нулю.
- Совместная система линейных уравнений имеющая более одного решения называется:  
 а) определенной б) неопределенной.
- Если функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$ , то в этой точке  
 а) она всегда дифференцируема; б) она всегда не дифференцируема;  
 в) она дифференцируема в зависимости от вида функции.

12. Точка  $x_0$  называется точкой локального минимума функции  $f(x)$  если при любом  $x$  из интервала  $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ , где  $\delta = \text{const} > 0$  выполняема оценка

а)  $f(x) \geq f(x_0)$

б)  $f(x) \leq f(x_0)$

Преподаватель

Ф. В. Голованева

## 2 семестр

### Комплект КИМ № 2

Направление подготовки 04.03.02 Химия, физика, механика материалов

Дисциплина Б1.0.06 Математика

Курс 1

Форма обучения Очная

Вид аттестации Промежуточная

Вид контроля Экзамен

УТВЕРЖДАЮ

И. о. зав. кафедрой уравнений  
в частных производных  
и теории вероятностей

А. С. Рябенко

... .202

### Контрольно-измерительный материал № 1

1.  $d \int f(x)dx$  - дифференциал неопределённого интеграла равен ...

1.  $F(x)$     2.  $f(x)dx$     3.  $F(x)dx$     4.  $f(x)$

( $F(x)$  - первообразная функции  $f(x)$ ).

2.  $\int \frac{(x-2)dx}{x^2-4x+8}$  равен ...

1.  $\ln|x^2-4x+8|+C$     2.  $\frac{1}{2}\ln|x^2-4x+8|+C$     3.  $\frac{1}{2}\arctg\frac{x-2}{2}+C$     4.  $\arctg\frac{x-2}{2}+C$

3. Рассмотрим два несобственных интеграла: (1)  $\int_a^b f(x)dx$  и (2)  $\int_a^b \varphi(x)dx$  (при условии, что

функции  $f(x)$  и  $\varphi(x)$  - непрерывны на промежутке  $[a;b)$  и имеют бесконечный разрыв в точке  $x=b$ ). Если на промежутке  $[a;b)$  непрерывные функции  $f(x)$  и  $\varphi(x)$  удовлетворяют условию  $0 \leq f(x) \leq \varphi(x)$ , то (выберите верные утверждения)

- а) из сходимости интеграла (2) следует сходимость интеграла (1)  
б) из расходимости интеграла (2) следует расходимость интеграла (1)  
в) из расходимости интеграла (1) следует расходимость интеграла (2)  
г) из сходимости интеграла (1) следует сходимость интеграла (2)

4. Полная производная сложной функции двух переменных  $z = x + \sin y$  при  $x = \sin t$ ,  $y = t^3$  равна

- а)  $\frac{dz}{dt} = \cos t + 3t^2 \cos t^3$     б)  $\frac{dz}{dt} = \sin t + t^2 \cos t^3$     в)  $\frac{dz}{dt} = \cos t + t \cos t^3$

5. Линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка является

|   |                                                 |  |
|---|-------------------------------------------------|--|
| 1 | $(x^2 + y^2)dx - xydy = 0$                      |  |
| 2 | $xy' = 2(y - \sqrt{xy})$                        |  |
| 3 | $xy' \sin \frac{y}{x} + x = y \sin \frac{y}{x}$ |  |
| 4 | $y' + \frac{xy}{1-x^2} = \arcsin x + x$         |  |

6. Общим решением уравнения  $(1+x^2)dy + ydx = 0$  является ...

|   |                                                     |  |
|---|-----------------------------------------------------|--|
| 1 | $\ln  y  = -\operatorname{arctg} x + C$             |  |
| 2 | $y = e^{\operatorname{arctg} x}$                    |  |
| 3 | $\ln  y  = 1 - \operatorname{arctg} x$              |  |
| 4 | $\ln  y  = -\operatorname{arctg} x + \frac{\pi}{4}$ |  |

7. Общий вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными ...

|   |                                       |  |
|---|---------------------------------------|--|
| 1 | $y' + p(x)y = q(x)y^m$                |  |
| 2 | $P_1(x)Q_1(y)dx + P_2(x)Q_2(y)dy = 0$ |  |
| 3 | $y' + p(x)y = q(x)$                   |  |
| 4 | $P(x)dx + Q(y)dy = 0$                 |  |

8. Если функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  частные решения дифференциального уравнения  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$ , то формула  $c_1y_1(x) + c_2y_2(x)$  задает общее решение рассмотренного уравнения, если

а) функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  линейно зависимы б) функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  линейно независимы

9. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' - y' - 2y = 0$  имеет вид:

а)  $y = \tilde{N}_1 e^{2x} + \tilde{N}_2 e^{-x}$  б)  $y = e^{-2x} (\tilde{N}_1 \cos 2x + \tilde{N}_2 \sin 2x)$

в)  $y = e^x (\tilde{N}_1 \cos 2x + \tilde{N}_2 \sin 2x)$  г)  $y = e^{-2x} (\tilde{N}_1 \cos x + \tilde{N}_2 \sin x)$

10. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения третьего порядка выглядит так:

а)  $\begin{cases} y'''(x) = f(x, y(x), y'(x), y''(x)), \\ y'(0) = y_1, y''(0) = y_2, y'''(0) = y_3 \end{cases}$  б)  $\begin{cases} y'''(x) = f(x, y(x), y'(x), y''(x)), \\ y(0) = y_0, y'(0) = y_1, y''(0) = y_2 \end{cases}$

в)  $\begin{cases} y'''(x) = f(x, y(x), y'(x), y''(x)), \\ y(0) = y_0, y''(0) = y_2, y'''(0) = y_3 \end{cases}$

11. Пусть дан знакоположительный числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и существует  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = A$ , тогда если

$A < 1$ , то:

а) ряд сходится

в) ряд может как сходиться, так и расходиться

б) ряд расходится

12. Является ли сходящимся ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^3 \frac{1}{n}}{\sqrt{n+1}}$ ? Ответ обосновать.

13. Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n \cdot 5^n}$  равен

а) 3

б) 4

в) 5

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 04.03.02 Химия, физика, механика материалов

Дисциплина Б1.0.06 Математика

Курс 1

Форма обучения Очная

Вид аттестации Промежуточная

Вид контроля Экзамен

УТВЕРЖДАЮ

И. о. зав. кафедрой уравнений  
в частных производных  
и теории вероятностей

А. С. Рябенко

## Контрольно-измерительный материал № 2

1. По определению  $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow b-0} \int_a^{\varepsilon} f(x)dx$  - несобственный интеграл II-го рода, при условии, что

функция  $f(x)$  - непрерывна на промежутке  $[a; b)$  и имеет бесконечный разрыв в точке  $x = b$ .  
 Данный интеграл будет сходящимся, если предел в правой части последнего равенства ...

- а) существует и равен бесконечности    б) не существует    в) существует и конечен  
 г) не существует или бесконечен

2.  $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} x \operatorname{tg}^4 x dx$  равен ...

- 1)  $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$     2)  $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$     3) 0    4)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$

3. Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a; b]$ , то на этом отрезке существует такая  $c$ , что

а)  $\int_a^b f(x)dx = f'(c)(b-a)$     б)  $\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$     в)  $\int_a^b f(x)dx = f(b)(c-a)$

4. Непрерывными функциями двух переменных в области  $x^2 + y^2 \leq 1$  являются

- а)  $z = y - 3x^3$     б)  $z = \cos x + \sin y$     в)  $z = \frac{3}{x^2 + y^2}$     г)  $z = e^{\frac{1}{xy}}$

5. Линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка является

|   |                              |  |
|---|------------------------------|--|
| 1 | $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$   |  |
| 2 | $y' + \frac{y}{x} = x^2 y^4$ |  |
| 3 | $(x^2 + y^2)dx - xydy = 0$   |  |
| 4 | $x^2 y' - 2xy - 3 = 0$       |  |

6. Общим решением дифференциального уравнения  $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$  является ...

|   |                                   |  |
|---|-----------------------------------|--|
| 1 | $e^{\frac{x}{y}} + \ln  Cx  = 0$  |  |
| 2 | $e^{\frac{-x}{y}} - \ln  Cx  = 0$ |  |
| 3 | $e^{\frac{y}{x}} + \ln  Cx  = 0$  |  |
| 4 | $e^{\frac{-y}{x}} + \ln  Cx  = 0$ |  |

7. Общий вид линейного неоднородного дифференциального уравнения первого порядка

|   |                        |  |
|---|------------------------|--|
| 1 | $y' + p(x)y = q(x)$    |  |
| 2 | $P(x)dx + Q(y)dy = 0$  |  |
| 3 | $ay'' + by' + c = 0$   |  |
| 4 | $y' + p(x)y = q(x)y^m$ |  |

8. Если функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  частные решения дифференциального уравнения  $y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0$  и являются линейно независимыми, то общее решение рассмотренного уравнения задается формулой

- а)  $y_1(x) + y_2(x) + c_1x + c_2$       б)  $c_1y_1(x) + c_2y_2(x)$   
 в)  $c_1y_1(x) + y_2(x) + c_2$       г)  $y_1(x) + c_1y_2(x) + c_2$

9. Если характеристическое уравнение имеет комплексные корни  $\lambda_1 = a + ib$  и  $\lambda_2 = a - ib$ , то общее решение дифференциального уравнения  $y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$  можно записать в виде

- а)  $c_1e^{ax} + c_2e^{bx}$       б)  $e^{ax}(c_1 \cos(bx) + c_2 \sin(bx))$       в)  $e^{bx}(c_1 \cos(ax) + c_2 \sin(ax))$

10. Общим решением дифференциального уравнения  $y''(x) = \cos 2x$  является функция

- а)  $\frac{-\sin 2x}{4} + c_1x + c_2$       б)  $\frac{-\cos 2x}{4} + c_1x + c_2$       в)  $c_1 \sin 2x + c_2 \cos 2x$

11. Пусть дан знакоположительный числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и существует  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = A$ , тогда если

$A > 1$ , то:

- а) ряд сходится      б) ряд расходится  
 в) ряд может как сходиться, так и расходиться

12. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^2 + 7}$  является

- а) сходящимся      б) расходящимся

Обоснуйте свой выбор.

13. Областью сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n^2x)}{n^2}$  является

- а)  $(-\infty; 0]$       б)  $(-\infty; +\infty)$       в)  $[0; +\infty)$       г)  $[-1; 1]$

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 04.03.02 Химия, физика, механика материалов

Дисциплина Б1.0.06 Математика

Курс 1

Форма обучения Очная

Вид аттестации Промежуточная

Вид контроля Экзамен

УТВЕРЖДАЮ

И. о. зав. кафедрой уравнений  
в частных производных  
и теории вероятностей

А. С. Рябенко

                    .202

### Контрольно-измерительный материал № 3

1. Первообразная функция  $F(x)$  для функции  $f(x) = 3\sqrt{x} + 5$  равна ...

1.  $\frac{3}{2\sqrt{x}} + C$     2.  $x^{\frac{3}{2}} + C$     3.  $2x\sqrt{x} + 5x + C$     4.  $3x^{\frac{1}{2}} + 5x + C$

2.  $\int_0^{\pi} x \cos x dx$  равен ...

- 1) 0    2) -2    3)  $\pi - 2$     4)  $\pi$

3. Если функции  $u(x)$  и  $v(x)$  имеют непрерывные на отрезке  $[a; b]$  производные, то

- а)  $\int_a^b u(x)v'(x)dx = u(b)v(b) - u(a)v(a) - \int_a^b u'(x)v(x)dx$

$$\text{б) } \int_a^b u(x)v'(x)dx = u(b)v(b) - u(a)v(a) + \int_a^b u'(x)v(x)dx$$

$$\text{в) } \int_a^b u(x)v'(x)dx = u(a)v(b) - u(b)v(a) - \int_a^b u'(x)v(x)dx$$

4. Дифференциал функции  $z = 2xy^2$  равен

а)  $dz = 2y^2dx + 4xydy$       б)  $dz = xy^2dx + ydy$       в)  $dz = 2xydx + 4xydy$

5. Однородным дифференциальным уравнением первого порядка является уравнение ...

|   |                                                |  |
|---|------------------------------------------------|--|
| 1 | $x^2(2y-1) = (x^3+1)y'$                        |  |
| 2 | $y'\sqrt{x} = \cos\sqrt{x} - y^2 \cos\sqrt{x}$ |  |
| 3 | $x^2y' = 2xy + 3$                              |  |
| 4 | $y' = \frac{y}{x} + \cos\frac{y}{x}$           |  |

6. Общим решением дифференциального уравнения  $\sin ydy - \frac{dx}{x} = 0$  является ...

|   |                               |  |
|---|-------------------------------|--|
| 1 | $\ln x  - \cos y = C$         |  |
| 2 | $-\frac{1}{x^2} + \cos y = C$ |  |
| 3 | $\ln x  + \cos y = C$         |  |
| 4 | $\frac{1}{x^2} + \cos y = C$  |  |

7. Требуется найти решение задачи Коши в задании ...

|   |                                      |  |
|---|--------------------------------------|--|
| 1 | $x^2y' = 2xy + 3$                    |  |
| 2 | $y' = \frac{4y}{x} + x\sqrt{y}$      |  |
| 3 | $y' = \frac{y}{x} + \cos\frac{y}{x}$ |  |
| 4 | $y' = 2^{x-y} ; y(-3) = 5$           |  |

8. Пусть  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  - частные решения дифференциального уравнения

$$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0, \text{ а } W(x) = \begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{vmatrix} = y_1(x)y_2'(x) - y_1'(x)y_2(x) -$$

определитель Вронского, построенный по функциям  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ . Функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  будут линейно независимыми на интервале  $(a;b)$ , если на этом интервале  $W(x)$

а)  $W(x) \equiv 0$       б)  $W(x) \neq 0$

9. Для дифференциального уравнения  $y''(x) + 4y(x) = 0$  характеристическим уравнением является уравнение

а)  $\lambda^2 + 4 = 0$       б)  $4\lambda^2 + 4\lambda + 1 = 0$       в)  $2\lambda^2 - 5\lambda + 2 = 0$

10. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка выглядит так:

а)  $\begin{cases} y''(x) = f(x, y(x), y'(x)), \\ y(0) = y_0, y'(0) = y_1 \end{cases}$       б)  $\begin{cases} y''(x) = f(x, y(x), y'(x)), \\ y'(0) = y_1 \end{cases}$

$$в) \begin{cases} y''(x) = f(x, y(x), y'(x)), \\ y(0) + y'(0) = y_0 + y_1 \end{cases}$$

11. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{7^n + 2}$  является

а) сходящимся

б) расходящимся

Обоснуйте свой выбор.

12. Является ли сходящимся ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 19}{n^2 - n - 5}$ ? Ответ обосновать.

13. Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{5n}$  равен

а)  $\sqrt{2}$

б)  $(\sqrt{3})^{-1}$

в)  $(\sqrt[5]{2})^{-1}$

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 04.03.02 Химия, физика, механика материалов

Дисциплина Б1.0.06 Математика

Курс 1

Форма обучения Очная

Вид аттестации Промежуточная

Вид контроля Экзамен

УТВЕРЖДАЮ

И. о. зав. кафедрой уравнений  
в частных производных  
и теории вероятностей

А. С. Рябенко

... .202

### Контрольно-измерительный материал № 4

1. Известно, что  $F(x)$  - первообразная функции  $f(x)$ . Тогда неопределённым интегралом  $\int f(x)dx$  называется ...

1) первообразная  $F(x)$

2) сумма  $F(x) + f(x)$

3) совокупность всех первообразных  $F(x) + C$

4) совокупность всех функций вида  $f(x) + C$

$C$  здесь - произвольная постоянная.

2.  $\int_0^8 \frac{3x dx}{\sqrt{x+1}}$  равен ...

1) 40

2) - 11

3) 0

4) - 40

3. По определению  $\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x)dx$  - несобственный интеграл I-го рода, при условии, что функция  $f(x)$  - непрерывна на промежутке  $[a; +\infty)$ . Данный интеграл будет расходящимся, если предел в правой части последнего равенства ...

а) существует и равен бесконечности

б) не существует

в) существует и конечен

г) не существует или бесконечен

4. Частная производная второго порядка  $\frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x \partial y}$  функции двух переменных  $z = 5x^4 y^2$  равна

а)  $40x^3 y$

б)  $5y^2$

в)  $10x^3 y$

5. Дифференциальным уравнением с разделёнными переменными является уравнение

|   |                                                                           |  |
|---|---------------------------------------------------------------------------|--|
| 1 | $\frac{(1-y)^2}{y\sqrt{y}} dy = \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x} dx$ |  |
|---|---------------------------------------------------------------------------|--|

|   |                                  |  |
|---|----------------------------------|--|
| 2 | $xydx - \frac{dy}{\sqrt{y}} = 0$ |  |
| 3 | $y'' + 4y' + 3y = 0$             |  |
| 4 | $xy' = 2y + 2x^3$                |  |

6. Общим решением дифференциального уравнения  $y' - \frac{y}{x} = x^2$  является ...

|   |                          |  |
|---|--------------------------|--|
| 1 | $x^3 - Cx$               |  |
| 2 | $y = \frac{x^3}{2} + Cx$ |  |
| 3 | $x^3 + Cx$               |  |
| 4 | $y = \frac{x^3}{3} + Cx$ |  |

7. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка решается при помощи подстановки ...

|   |                |  |
|---|----------------|--|
| 1 | $y' = p(x)$    |  |
| 2 | $y'' = p(y)$   |  |
| 3 | $y = tx$       |  |
| 4 | $y = u(x)v(x)$ |  |

8. Пусть  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  - частные решения дифференциального уравнения

$$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0, \text{ а } W(x) = \begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{vmatrix} = y_1(x)y_2'(x) - y_1'(x)y_2(x) -$$

определитель Вронского, построенный по функциям  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ . Функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  будут линейно зависимыми на интервале  $(a; b)$ , если на этом интервале  $W(x)$

а)  $W(x) < 0$     б)  $W(x) \equiv 0$     в)  $W(x) > 0$

9. Для дифференциального уравнения  $4y''(x) + 4y'(x) + y(x) = 0$  характеристическим уравнением является уравнение

а)  $\lambda^2 + 4 = 0$     б)  $4\lambda^2 + 4\lambda + 1 = 0$     в)  $2\lambda^2 - 5\lambda + 2 = 0$

10. Для того, чтобы записать задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y''(x) = f(x, y(x), y'(x)) \text{ нужно задать:}$$

а) одно дополнительное условие    б) два дополнительных условия

в) три дополнительных условия

11. Ряд  $1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n}} + \dots$  является

а) сходящимся

б) расходящимся

Обоснуйте свой выбор.

12. Пусть дан знакоположительный числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и существует  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = A$ , тогда если

$A > 1$ , то:

а) ряд сходится

б) ряд расходится

в) ряд может как сходиться, так и расходиться

13. Говорят, что функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  абсолютно сходится на множестве  $E$ , если для любого фиксированного  $x \in E$  сходится ряд:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$

б)  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n(x)|$

в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n(x)$

## Описание технологии проведения

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» проводится в форме экзамена (1 и 2 семестры). Промежуточная аттестация проводится в конце семестра и завершает изучение дисциплины. Она направлена на определение уровня и качества усвоения всего материала дисциплины «Математика».

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

Каждый контрольно-измерительный материал для проведения промежуточной аттестации включает № заданий (вопросов и / или практических заданий) для контроля знаний, умений и владений в рамках оценки уровня сформированности компетенции.

По решению кафедры оценки за экзамен обучающимся могут быть выставлены преподавателем по результатам их текущей успеваемости в течение семестра, но не ранее, чем на заключительном занятии. Для этого обучающимся необходимо написать каждую из контрольных работ не менее, чем на оценку «удовлетворительно», посетить не менее 80% занятий, активно работать на занятиях, иметь оценки «зачтено» за тестовые задания, выполнять домашние задания. При несогласии обучающегося с выставленной оценкой по результатам текущей успеваемости, ему предоставляется возможность пройти промежуточную аттестацию на общих основаниях.

Промежуточная аттестация по дисциплине с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, <https://edu.vsu.ru/>).

Обучающиеся, проходящие промежуточную аттестацию с применением ДОТ, должны располагать техническими средствами и программным обеспечением, позволяющим обеспечить процедуры аттестации. Обучающийся самостоятельно обеспечивает выполнение необходимых технических требований для проведения промежуточной аттестации с применением дистанционных образовательных технологий.

Идентификация личности обучающегося при прохождении промежуточной аттестации обеспечивается посредством использования каждым обучающимся индивидуального логина и пароля при входе в личный кабинет, размещенный в ЭИОС образовательной организации.

В ходе проведения промежуточной аттестации обучающемуся необходимо ответить на вопросы КИМ и дополнительные вопросы экзаменатора.

Результаты текущей аттестации обучающегося учитываются при проведении промежуточной аттестации следующим образом: обучающиеся, получившие за обе контрольные работы оценки «отлично», освобождаются от необходимости отвечать на практические вопросы КИМ. Обучающиеся, получившие за каждую контрольную работу оценки, не ниже «хорошо», освобождаются от необходимости отвечать на один из практических вопросов КИМ. Обучающиеся, получившие хотя бы за одну контрольную работу оценку «неудовлетворительно» или не явившиеся на контрольную работу по любой причине, получают дополнительное практическое задание.

## Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели: владение навыками применения теоретических моделей при планировании работ в профессиональной сфере деятельности и грамотной интерпретации полученных результатов; умение решать задачи различного уровня сложности из курса математики; наличие целостного представления о способах использования математического аппарата при решении задач в области профессиональных исследований, об общих закономерностях смежных с социологией науками математических и естественнонаучных дисциплин и способах их использования при решении профессиональных задач в профессионально-профильной области.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется четырех балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При оценивании используется следующая численная шкала:

5 баллов ставятся, если обучающийся демонстрирует глубокое и всестороннее знание предмета, прекрасно ориентируется по всей дисциплине, доказательно и логически выверено излагает материал, на все вопросы КИМ дает правильные, исчерпывающие, обоснованные ответы, правильно и методически верно решает задания практического содержания, легко отвечает на дополнительные и уточняющие вопросы, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, и навыками, применяет их при решении практических задач;

4 балла ставятся, если обучающийся твердо знает материал по дисциплине, прекрасно ориентируется по основным ее разделам, практически всегда доказательно и логически выверено излагает материал, на все вопросы КИМ дает правильные, исчерпывающие, обоснованные ответы, но допускает неточности и непринципиальные ошибки, правильно и методически верно решает задания практического содержания, испытывает незначительные затруднения, отвечая на дополнительные и уточняющие вопросы, умело оперирует приобретенными знаниями, умениями, и навыками, применяет их при решении практических задач, однако при решении практических задач по отдельным темам возникают некоторые проблемы;

3 балла ставятся, если обучающийся демонстрирует фрагментарное знание материала по дисциплине, плохо ориентируется по основным ее разделам, излагает материал бездоказательно, на некоторые вопросы КИМ дает либо неправильные, либо неполные, либо необоснованные ответы, допускает неточности в определениях и формулировках, испытывает затруднения, отвечая на дополнительные и уточняющие вопросы и при решении практических задач по отдельным темам;

2 балла ставятся, если обучающийся демонстрирует явное несоответствие знаний, умений, навыков приведенным критериям, предъявляемым к оценке 3 балла.

Далее, количественную оценку переводим в качественную следующим образом:

оценка «отлично» - соответствует 5 баллам;

оценка «хорошо» - соответствует 4 баллам;

оценка «удовлетворительно» - соответствует 3 баллам;

оценка «неудовлетворительно» - соответствует 2 баллам.

| Критерии оценивания компетенций                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|--------------|
| Обучающийся: демонстрирует глубокое и всестороннее знание предмета; прекрасно ориентируется по всей дисциплине; доказательно и логически выверено излагает материал; на все вопросы КИМ дает правильные, исчерпывающие, обоснованные ответы; правильно и методически верно решает задания практического содержания; легко отвечает на дополнительные и уточняющие | Повышенный                           | Отлично      |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |             |                     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------------|
| вопросы; свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями и навыками, уверенно применяет их при решении практических задач.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |             |                     |
| Обучающийся: твердо знает материал по дисциплине; прекрасно ориентируется по основным ее разделам; практически всегда доказательно и логически выверено излагает материал; на все вопросы КИМ дает правильные, исчерпывающие, обоснованные ответы, но допускает неточности и непринципиальные ошибки; правильно и методически верно решает задания практического содержания, испытывает незначительные затруднения; отвечая на дополнительные и уточняющие вопросы, умело оперирует приобретенными знаниями, умениями и навыками, применяет их при решении практических задач, однако, испытывает затруднения при решении практических задач по отдельным темам. | Достаточный | Хорошо              |
| Обучающийся: демонстрирует фрагментарные знания материала по дисциплине; плохо ориентируется по основным ее разделам; излагает материал бездоказательно; на некоторые вопросы КИМ дает либо неправильные, либо неполные, либо необоснованные ответы; допускает неточности в определениях и формулировках; испытывает затруднения, отвечая на дополнительные и уточняющие вопросы и при решении практических задач по отдельным темам.                                                                                                                                                                                                                            | Пороговый   | Удовлетворительно   |
| Обучающийся демонстрирует явное несоответствие знаний, умений, навыков приведенным критериям, предъявляемым к оценке «Удовлетворительно».                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | -           | Неудовлетворительно |

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

#### ОПК-3 Способен использовать в профессиональной деятельности базовые знания в области математических и смежных естественных наук

**ОПК-3.1** Использует базовые знания в области математики и физики при решении задач материаловедения

**ОПК-3.2** Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик

**ОПК-3.3** Интерпретирует результаты химических наблюдений с использованием математических и физических законов и представлений

**Задания закрытого типа с выбором ответа** (выбор одного варианта ответа,)

#### Test1

Какому числу равно алгебраическое дополнение элемента  $a_{23}$  определителя матрицы?

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 7 & 5 \\ -3 & -2 & -12 \end{pmatrix}?$$

**Варианты ответов**

1) 1;

2) -1;

3) 2;

4) 5;

**Решение**

По определению, алгебраическим дополнением элемента  $a_{ij}$  определителя матрицы  $A$  называется его минор, взятый со знаком  $(-1)^{i+j}$ , таким образом алгебраическое дополнение элемента  $a_{23}$  равно:  $(-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = (-1)^5 (2(-2) - 1(-3)) = -(-4 + 3) =$

1.

**Ответ**

1

**Test2**

Как изменится определитель третьего порядка, если из его третьего столбца вычесть первый, умноженный на два?

Варианты ответов:

1. не изменится;

2. изменит свой знак;

3. увеличится в 2 раза;

4. станет равным нулю.

**Решение**

В силу свойства определителя, величина определителя не меняется, если к элементам какой-либо его строки или столбца прибавить элементы другой строки или столбца, умноженные на одно и тоже число.

**Ответ**

не изменится

**Test3**

При каком значении  $k$  прямые  $y = -5x + 12$  и  $y = kx - 4$  – перпендикулярны?

Варианты ответов:

1. 0,2;

2. 5;

3. 0,5;

4. -0,2.

**Решение**

Условие перпендикулярности прямых:  $k_1 = -\frac{1}{k_2}$  или  $k_1 k_2 = -1$ , таким образом

$$k = -\frac{1}{-5} = 0,2$$

**Ответ**

0,2

**Test5**

Установить соответствия в таблице:

|                                             |                                            |
|---------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1. Каноническое уравнение эллипса имеет вид | А) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ |
|---------------------------------------------|--------------------------------------------|

|                                               |                                            |
|-----------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 2. Каноническое уравнение гиперболы имеет вид | B) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ |
| 3. Каноническое уравнение параболы имеет вид  | C) $y^2 = 2px$                             |
| 4. Уравнение окружности имеет вид             | D) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$           |

### Решение

Окружность – это множество точек плоскости  $M(x; y)$ , равноудаленных от данной точки  $C(a; b)$ . Уравнение окружности имеет вид

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ ,  $C(a; b)$  - центр окружности;  $R$  - радиус окружности.

Эллипс – это множество точек плоскости  $M(x; y)$ , сумма расстояний которых до двух точек  $F_1(-c; 0)$  и  $F_2(c; 0)$  есть величина постоянная, равная  $2a$  ( $2a > 2c$ ). Каноническое (простейшее) уравнение эллипса имеет вид:

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ . Здесь  $a$  и  $b$  - полуоси эллипса;  $F_1$  и  $F_2$  - фокусы эллипса.

Гипербола – это множество точек плоскости  $M(x; y)$ , абсолютная величина разности расстояний которых до двух точек  $F_1(-c; 0)$  и  $F_2(c; 0)$  есть величина постоянная, равная

$2a$  ( $2a < 2c$ ). Каноническое уравнение гиперболы:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ . Здесь  $a$  и  $b$  - полуоси

гиперболы (действительная и мнимая соответственно).

Парабола – это множество точек плоскости  $M(x; y)$ , равноудаленных от данной точки  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ , называемой фокусом, и данной прямой  $x = -\frac{p}{2}$ , называемой директрисой.

Каноническое уравнение параболы имеет в этом случае вид:  $y^2 = 2px$ ,

### Ответ

Правильные соответствия:

- 1. → A)
- 2. → B)
- 3. → C)
- 4. → D)

### Test6

Укажите, чему равен предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 5x}$

Варианты ответов:

- 1)  $\frac{7}{5}$ ;
- 2) 0;
- 3) 1;
- 4)  $\infty$ .

### Решение

Если отношение двух бесконечно малых имеет предел, то этот предел не изменится при замене каждой из бесконечно малых эквивалентной ей бесконечно малой, то есть если

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha}{\beta} = m, \alpha \sim \alpha_1, \beta \sim \beta_1, \text{ то } \lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha_1}{\beta_1} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha}{\beta} = m.$$

Используем эквивалентность бесконечно малых: если  $\alpha \rightarrow 0$ , то  $\sin \alpha \sim \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha \sim \alpha$ ,

$$\text{следовательно: } \sin 7x \sim 7x, \operatorname{tg} 5x \sim 5x, \text{ при } x \rightarrow 0 \text{ и } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{5x} = \frac{7}{5}.$$

**Ответ**

$$\frac{7}{5}$$

**Test7**

Дана производная функции  $f'(x) = (x-1)(x-2)$ . Укажите, при каком значении  $x$  функция  $f(x)$  имеет максимум на отрезке  $[0,75;3]$ .

Варианты ответов:

1)  $x=1$

2)  $x=2$

3)  $x=3$

4)  $x=0,75$

**Решение**

Преобразуем производную  $f'(x) = (x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2$  и найдем вторую производную:  $f''(x) = 2x - 3$ . Найдем значения второй производной функции в точках  $x=1$  и  $x=2$ :  $f''(1) = -1 < 0$ ,  $f''(2) = 1 > 0$ . Следовательно, при  $x=1$  функция имеет максимум, причем  $f(1) = 2$  а при  $x=2$ , функция имеет минимум  $f(2) = 1$ .

**Ответ**

$$x=1.$$

**Test8**

Дан числовой ряд:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n!}{n^n}$  укажите, чему равно значение частичной суммы ряда  $S_2$ .

Варианты ответов:

1) 17,5;

2) 12,5;

3) 5;

4) 25.

**Решение**

Так как общий член ряда  $a_n = \frac{5^n n!}{n^n}$ , тогда  $a_1 = \frac{5 \cdot 1!}{1} = 5$  и  $a_2 = \frac{5^2 2!}{2^2} = \frac{50}{4} = 12,5$ ,

получим что частичная сумма ряда  $S_2 = a_1 + a_2 = 5 + 12,5 = 17,5$ .

**Ответ**

$$17,5.$$

**Test9**

Укажите значение градиента функции  $z = x^2 y$  в точке  $P(1;1)$ .

Варианты ответов:

1.  $\text{grad } z_P = \{2,1\}$ ;
2.  $\text{grad } z_P = \{1,1\}$ ;
3.  $\text{grad } z_P = \{2,2\}$
4.  $\text{grad } z_P = \{-2,-1\}$ .

**Решение**

Найдем частные производные и их значения в точке  $P$ :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy; \quad \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_P = 2; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = x^2; \quad \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)_P = 1. \text{ Следовательно, } \text{grad } z_P = \{2,1\}.$$

**Ответ**

$$\text{grad } z_P = \{2,1\}.$$

**Test10**

Укажите общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 4y' + 3y = 0$ .

Варианты ответов:

- 1)  $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$
- 2)  $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$
- 3)  $y = C_1 e^x + C_2$
- 4)  $y = C_1 + C_2 e^{3x}$

**Решение**

Характеристическое уравнение  $k^2 - 4k + 3 = 0$  имеет корни  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 3$ , Общее решение уравнения имеет вид  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x} = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$

**Ответ**

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}.$$

Задания открытого типа (короткий текст, введите пропущенное слово):

**Test11**

Уравнение вида  $Ax + By + C = 0$ , называют \_\_\_\_\_ уравнением прямой

**Ответ**

общим  
общее

**Test12**

Первообразной функцией для функции  $f(x)$  называется такая функция  $F(x)$ , \_\_\_\_\_ которой равна данной функции

**Ответ**

Производная

**Test13**

Число вида  $c = a + ib$  где  $(a; b)$  вещественные числа, называется \_\_\_\_\_ числом

**Ответ**

комплексным

комплексное

#### Test14

Уравнение вида  $F(x, y, y') = 0$ , где  $x$  - независимая переменная,  $y$  - искомая функция,  $y'$  - ее производная, называется дифференциальным уравнением \_\_\_\_\_ порядка.

#### Ответ

Первого

#### Test15

Дифференциальное уравнение первого порядка  $y' = f(x, y)$  имеет бесчисленное множество решений, которые обычно определяются формулой  $y = \varphi(x, C)$ , содержащей одну произвольную постоянную  $C$ . Такое множество решений называют \_\_\_\_\_ решением

#### Ответ

общим  
общее

Задания открытого типа (ввод числа):

#### Test16

Скалярное произведение двух векторов  $\vec{a} = (1, -2, 3)$  и  $\vec{b} = (2, 4, -3)$  равно...

#### Решение

Скалярное произведение двух векторов находим по формуле  
 $(\vec{a}, \vec{b}) = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = 1 \cdot 2 - 2 \cdot 4 + 3(-3) = 2 - 8 - 9 = -15$ .

#### Ответ

-15

#### Test17

Модуль комплексного числа  $c = 1 - i\sqrt{3}$  равен....

#### Решение

Находим  $|c| = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$ . Таким образом,  $|1 - i\sqrt{3}| = 2$ .

#### Ответ

2

#### Test18

Значение производной функции  $y = x^2 \ln x$  в точке  $x = 1$  равно...

#### Решение

Находим производную:  $y' = 2x \ln x + x^2 \frac{1}{x} = 2x \ln x + x$  и вычислим ее значение в точке  $x = 1$ , получим:  $y'(x)|_{x=1} = 2x \ln x + x|_{x=1} = 2 \cdot 1 \cdot \ln 1 + 1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1$ .

#### Ответ

1

#### Test19

Чему равна площадь фигуры, ограниченной осями координат, прямой  $x = 3$  и параболой  $y = x^2 + 1$ ? Введите числовое значение.

**Решение**

Площадь фигуры ограничена вертикальными прямыми:  $x = 0$  и  $x = 3$ . Тогда ее площадь равна:

$$S = \int_0^3 (x^2 + 1) dx = \left( \frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^3 = 9 + 3 = 12.$$

**Ответ**

12

**Test20**

Чему равен радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x^n|}{n}$ ? Введите числовое значение.

**Решение** Радиус сходимости ряда находим по формуле:

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|a_n|}{|a_{n+1}|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right) = 1, \quad a_n = \frac{1}{n}$$

**Ответ**

1

#### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов – указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3** рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Направление **04.03.02 Химия, физика и механика материалов**

Дисциплина **Б1.О.06 Математика**

Профиль подготовки **Материаловедение и индустрия наносистем**

Форма обучения **Очная**

Учебный год **2025 / 2026**

---

Ответственный исполнитель

Доцент кафедры

уравнений в частных производных  
и теории вероятностей

математического факультета ВГУ \_\_\_\_\_ Голованева Ф. В. \_\_\_\_ 2025

СОГЛАСОВАНО

Куратор ООП по направлению \_\_\_\_\_ Иевлев В. М. \_\_\_\_ 2025

Начальник отдела обслуживания ЗНБ \_\_\_\_\_ \_\_\_\_ 2025

---

Программа рекомендована НМС математического факультета  
протокол № 0500-03 от 18.03.2025 г.